

Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών  
Δημοτικής Εκπαίδευσης  
Κύπρος

Μαρία Χειμωνή

Θεσσαλονίκη, 29 Απριλίου 2023

# Περιεχόμενα

## **1. Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών – Κύπρος**

- *Παράδειγμα από την περιοχή της Άλγεβρας (Στ' Δημοτικού)*
- *Παράδειγμα από τα μαθήματα Άλγεβρας που περιλαμβάνονται στο διδακτικό εγχειρίδιο της Στ' Δημοτικού*

## **2. Πρόγραμμα Σπουδών – Ελλάδα**

- *Σύγκριση Προγράμματος Σπουδών Ελλάδας με το Αναλυτικό Πρόγραμμα Κύπρου*

## **3. Διαμορφωτική Αξιολόγηση**

## **4. Τεχνολογία**

# Αναλυτικό Πρόγραμμα Κύπρου Άλγεβρα – Στ' Δημοτικού

Η περιοχή της Άλγεβρας στο Αναλυτικό Πρόγραμμα για τη Στ' Δημοτικού περιλαμβάνει τα εξής θέματα:

- *Μοτίβα*
- *Έννοια της μεταβλητής και της συνάρτησης*
- *Διατεταγμένα ζεύγη*
- *Αλγεβρικές εκφράσεις*
- *Επίλυση προβλήματος*
- *Ιδιότητες πράξεων*

## ΤΑΞΗ: Στ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΔΕΙΚΤΕΣ  
ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ  
ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ  
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

## ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ

## ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΔΙΔΑΚΤΕΑ

## ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:

Διδακτέα: Πληροφορίες, Έννοιες, Δεξιότητες, Στρατηγικές / Τρόπος Σκέψης

Επίπεδο Δραστηριοτήτων

Μαθηματικές Πρακτικές

Ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:

Παραδείγματα

## Μοτίβα

**1.(ΑΛ4.1)** Επιλύουν προβλήματα βρίσκοντας τον επόμενο όρο ή τον όρο που λείπει σε μοτίβα, περιγράφουν λεκτικά τον κανόνα του μοτίβου και εκφράζουν τον νιοστό όρο σε λεκτική ή συμβολική μορφή.

1.1

Επιλύουν προβλήματα, περιγράφοντας τον κανόνα και εκφράζοντας σε λεκτική ή συμβολική μορφή τον νιοστό όρο.

Προυπάρχουσες γνώσεις:

✓ Σχέσεις μεταξύ αριθμών

**Νέες Έννοιες:**

✓ Έκφραση του νιοστού όρου σε λεκτική ή

**Παράδειγμα περιγραφής του κανόνα και έκφρασης του νιοστού όρου σε λεκτική ή συμβολική μορφή:**

- Ο Αντώνης και ο Παύλος περιγράφουν τον κανόνα του πιο κάτω μοτίβου με διαφορετικό τρόπο.

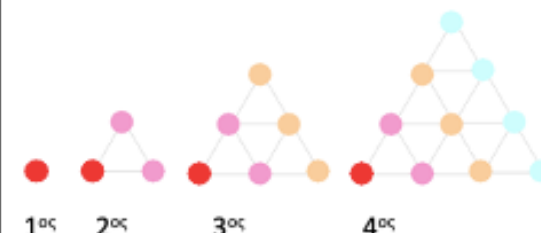
Θέση όρου (Θ)	1	2	3	4
Όρος (Τ)	5	10	15	20


**Αντώνης:** Αρχίζω με το 5. Κάθε φορά

**ΜΠ8 Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό**


Αναγνωρίζω μοτίβα σε συλλογισμούς και κάνω γενικεύσεις, για να συντομεύσω διαδικασίες.

**Παράδειγμα:**



		<p>συμβολική μορφή</p> <p>προσθέτω 5, για να υπολογίσω τον επόμενο όρο του μοτίβου.</p> <p><b>Παύλος:</b> Κάθε όρος του μοτίβου είναι ίσος με 5 φορές τη θέση του, δηλαδή <math>T = 5 \times \theta</math>.</p> <p>(α) Να συγκρίνεις τους πιο πάνω τρόπους περιγραφής του κανόνα του μοτίβου.</p> <p>(β) Ποιον από τους πιο πάνω τρόπους περιγραφής του κανόνα του μοτίβου θα χρησιμοποιήσεις για να υπολογίσεις τον 40<sup>ο</sup> όρο του μοτίβου;</p> <p>(γ) Να γράψεις τον κανόνα για τον υπολογισμό του νιοστού όρου του μοτίβου.</p>	<p>(α) Να περιγράψεις τον κανόνα του μοτίβου, χρησιμοποιώντας λέξεις ή σύμβολα.</p> <p>(β) Να υπολογίσεις τον 10<sup>ο</sup> και τον 100<sup>ο</sup> όρο του μοτίβου.</p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Γιατί οι αριθμοί στο μοτίβο ονομάζονται τρίγωνοι;</li><li>Με ποιο τρόπο μπορώ να υπολογίσω τον επόμενο όρο του μοτίβου, αν γνωρίζω τον προηγούμενο όρο;</li><li>Με ποιο τρόπο με βοηθά η θέση του όρου στο μοτίβο, ώστε να μπορώ να υπολογίσω οποιοδήποτε όρο του μοτίβου;</li></ul>																					
<p><b>2.(Αλ. 3.1)</b> Περιγράφουν, συμπληρώνουν, επεκτείνουν, κατασκευάζουν, επεξηγούν τον κανόνα και βρίσκουν με επαγωγικό τρόπο τον γενικό όρο αριθμητικών και γεωμετρικών μοτίβων.</p> <p><b>(Αλ4.2)</b> Επεκτείνουν και</p>	<p>2.1</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Περιγράφουν, συμπληρώνουν, επεκτείνουν και διερευνούν τον κανόνα σε αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.</li><li>Επεκτείνουν και κατασκευάζουν μοτίβα, χρησιμοποιώντας ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.</li></ul> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Διερεύνηση του</li></ul>	<p><b>Παράδειγμα διερεύνησης της σχέσης μεταξύ της θέσης των όρων στο μοτίβο και του κανόνα υπολογισμού των όρων:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>(α) Να παρατηρήσεις το μοτίβο και να συμπληρώσεις τον πίνακα.</li></ul> <div></div> <table border="1"><tr><td>Όρος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>Αριθμός τετρίγωνων</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Κανόνας Μοτίβου</td><td>1 × 1</td><td>2 × 2</td><td>3 × 3</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <p>(β) Να υπολογίσεις τον αριθμό των</p>	Όρος	1	2	3	4	5	6	Αριθμός τετρίγωνων	1	2	3				Κανόνας Μοτίβου	1 × 1	2 × 2	3 × 3				
Όρος	1	2	3	4	5	6																		
Αριθμός τετρίγωνων	1	2	3																					
Κανόνας Μοτίβου	1 × 1	2 × 2	3 × 3																					

κατασκευάζουν μοτίβα χρησιμοποιώντας ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.		<p>κανόνα σε αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα</p> <p>✓ Επέκταση και κατασκευή μοτίβων, χρησιμοποιώντας ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα</p>	<p>τελείων στον 10<sup>ο</sup> και τον 40<sup>ο</sup> όρο του μοτίβου. Να επεξηγήσεις.</p> <p><b>Παράδειγμα κατασκευής μοτίβου με δεκαδικούς αριθμούς:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Να κατασκευάσεις ένα μοτίβο, ακολουθώντας τον πιο κάτω κανόνα: «Ξεκίνα από τον αριθμό 0,5 και να προσθέτεις 1,5 για να δημιουργήσεις τον κάθε επόμενο όρο.»</li> </ul>	
<b>3.(Αλ4.3)</b> Κατανοούν τις ιδιότητες αριθμητικών και γεωμετρικών προόδων και διερευνούν τον τρόπο υπολογισμού του γενικού όρου.		Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη Αλ4.3. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.		
<b>Έννοιας της μεταβλητής και της συνάρτησης</b>				
<b>4.(Αλ3.5)</b> Αντιλαμβάνονται την έννοια της συνάρτησης ως «ένα-προς-ένα αντιστοιχία» μέσω πινάκων, διαγραμμάτων και γραφικών	4.1	<p>Κατανοήσουν την έννοια της συνάρτησης ως «ένα-προς-ένα αντιστοιχία» μέσω πινάκων, διαγραμμάτων και γραφικών παραστάσεων.</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <p>✓ Έννοια συνάρτησης ως</p>	<p><b>Παράδειγμα κατανόησης έννοιας συνάρτησης ως ένα-προς-ένα αντιστοιχίας:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ο Πίνακας 1 παρουσιάζει τον αριθμό εισιτηρίων που πωλήθηκαν από διάφορα περίπτερα για μια συναυλία. Ο Πίνακας 2 δείχνει το ποσό που εισέπραξε κάθε περίπτερο</li> </ul>	<p><b>ΜΠ4 Μοντελοποίηση</b></p> <p>Χρησιμοποιώ μαθηματικά μοντέλα (π.χ. πίνακα, συμβολικές εκφράσεις), για να αναπαραστήσω καταστάσεις της καθημερινής ζωής.</p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Η πιο κάτω εικόνα παρουσιάζει ορισμένα από τα μέσα</p>

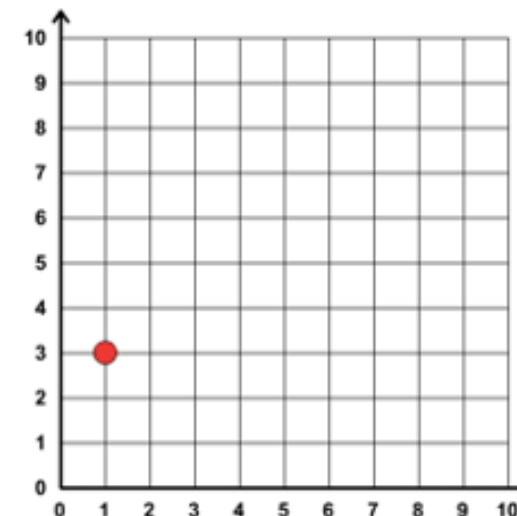
παραστάσεων.		«ένα-προς-ένα αντιστοιχία»	<p>από την πώληση των εισιτηρίων.</p> <p>(α) Αν γνωρίζεις ότι η αξία κάθε εισιτηρίου είναι €25, να αντιστοιχίσεις τα πόσα των δύο πινάκων.</p> <table><tr><th colspan="2">Πίνακας 1</th><th>Πίνακας 2</th></tr><tr><th>Περίπτ.</th><th>Αριθμός εισιτηρίων</th><th>Ποσό είσπραξης (€)</th></tr><tr><td>A</td><td>50</td><td>3750</td></tr><tr><td>B</td><td>100</td><td>1250</td></tr><tr><td>Γ</td><td>150</td><td>5000</td></tr><tr><td>Δ</td><td>200</td><td>2500</td></tr></table> <p>(β) Να γράψεις μια λεκτική ή συμβολική έκφραση για να παρουσιάσεις τη σχέση μεταξύ του αριθμού των εισιτηρίων και του ποσού είσπραξης.</p> <p>(γ) Να υπολογίσεις το ποσό που θα εισπράξει ένα περίπτερο, αν πωλήσει 35 εισιτήρια.</p>	Πίνακας 1		Πίνακας 2	Περίπτ.	Αριθμός εισιτηρίων	Ποσό είσπραξης (€)	A	50	3750	B	100	1250	Γ	150	5000	Δ	200	2500	<p>μεταφοράς που χρησιμοποιούνταν στα παλιά χρόνια.</p> <div></div> <table><tr><td>Άμαξα 8 km/ώρα</td><td>Άλογο 16 km/ώρα</td><td>Τρένο 16 km/ώρα</td></tr></table> <p>(α) Να κατασκευάσεις έναν πίνακα, για να παρουσιάσεις τις αποστάσεις που μπορούσε να διανύσει κάποιος με την άμαξα, το άλογο και το τρένο, αν ταξίδευε για 0, 1, 2, 3, 4, 5 και 6 ώρες.</p> <p>(β) Να γράψεις μια συμβολική έκφραση, για να δείξεις τη σχέση μεταξύ της απόστασης (A) που μπορούσε να διανύσει κάποιος με το άλογο και του χρόνου (X) που θα χρειαζόταν.</p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Ποιες ποσότητες παραμένουν σταθερές στο πιο πάνω πρόβλημα και ποιες ποσότητες μεταβάλλονται στο πιο πάνω πρόβλημα;</li><li>• Πώς μπορώ να εκφράσω τη σχέση των σταθερών και των μεταβαλλόμενων ποσοτήτων;</li></ul>	Άμαξα 8 km/ώρα	Άλογο 16 km/ώρα	Τρένο 16 km/ώρα
Πίνακας 1		Πίνακας 2																							
Περίπτ.	Αριθμός εισιτηρίων	Ποσό είσπραξης (€)																							
A	50	3750																							
B	100	1250																							
Γ	150	5000																							
Δ	200	2500																							
Άμαξα 8 km/ώρα	Άλογο 16 km/ώρα	Τρένο 16 km/ώρα																							



<p><b>5.(ΑΛ3.6)</b> Περιγράφουν, αναπαριστούν, επεξηγούν και βρίσκουν τον γενικό τύπο συναρτήσεων.</p> <p><b>6.(ΑΛ3.7)</b> Αναπαριστούν γραφικά γενικούς τύπους συναρτήσεων.</p>		<p>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή των δεικτών ΑΛ3.6 και ΑΛ3.7. Η διδασκαλία τους είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη των δεικτών αυτών στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.</p>		
<b>Διατεταγμένα ζεύγη</b>				
<p><b>7.(ΑΛ3.3)</b> Χρησιμοποιούν διατεταγμένα ζεύγη, για να αναπαραστήσουν πληροφορίες από την καθημερινή ζωή (π.χ. η επίδοση ενός μαθητή στα μαθηματικά και στη γλώσσα).</p>	7.1	<p>Χρησιμοποιούν διατεταγμένα ζεύγη, για να αναπαραστήσουν πληροφορίες από προβλήματα καθημερινής ζωής.</p> <p><b>Προαπαιτούμενες Γνώσεις:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Έννοια διατεταγμένου ζεύγους</li> </ul> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Χρήση διατεταγμένων ζευγών για αναπαράσταση πληροφοριών από την καθημερινή ζωή</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα χρήσης διατεταγμένων ζευγών για αναπαράσταση πληροφοριών και σχεδιασμού τους σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Σε έναν χώρο στάθμευσης στο αεροδρόμιο Λάρνακας η χρέωση είναι €5 την ημέρα. Ο κ. Νίκος θα αφήσει το αυτοκίνητό του στον χώρο για μια εβδομάδα.</li> </ul> <p>(α) Να γράψεις σε μορφή διατεταγμένου ζεύγους το ποσό που θα έχει πληρώσει σε σχέση με τον χρόνο για κάθε μέρα της εβδομάδας.</p> <p>(β) Να σχεδιάσεις μια γραφική παράσταση που να δείχνει τα χρήματα που θα έχει πληρώσει ο κ. Νίκος σε σχέση με τον χρόνο.</p>	<p><b>ΜΠ2 Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη</b> <i>Κατανοώ τις ποσότητες και τις σχέσεις μεταξύ τους.</i></p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Ένα σχολείο θα αγοράσει μπάλες ποδοσφαίρου για το μάθημα της γυμναστικής. Μια μπάλα στοιχίζει €3. Να γράψεις σε μορφή διατεταγμένου ζεύγους το κόστος αγοράς σε σχέση με τον αριθμό των μπαλών που θα αγορασθούν. Στη συνέχεια, να σχεδιάσεις τα διατεταγμένα ζεύγη στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.</p>



Αριθμός μπάλων	Κόστος σε ευρώ	Συντεταγμένες
1	3	(1,3)
2		
3		
4		
5		



Απαντώ στις ερωτήσεις:

- Τι δηλώνει ο αριθμός 1 και τι ο αριθμός 3 στο διατεταγμένο ζεύγος (1,3);
- Ποια άλλα διατεταγμένα ζεύγη μπορώ να σχηματίσω με βάση το πρόβλημα;

**8.(Αλ3.4)**  
Σχεδιάζουν σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων διατεταγμένα ζεύγη

8.1

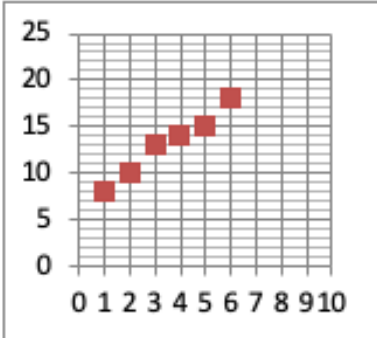
Σχεδιάζουν διατεταγμένα ζεύγη σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

**Παράδειγμα χρήσης διατεταγμένου ζεύγους για αναπαράσταση πληροφοριών και σχεδιασμού τους σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων:**

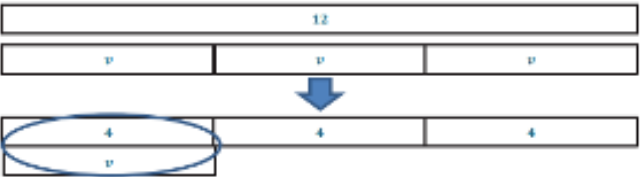
- Κατά τη διάρκεια της καλοκαιρινής

**ΜΠ6 Ακρίβεια**

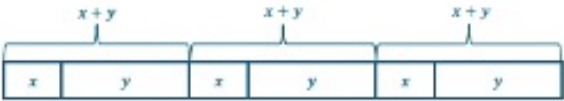
Είμαι προσεκτικός και σαφής, όταν χρησιμοποιώ τα μαθηματικά, για να επικοινωνήσω με τους άλλους.

ή δεδομένα που δίνονται σε πίνακα.	<p><b>Προαπαιτούμενες Γνώσεις:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ Έννοια διατεταγμένου ζεύγους</li><li>✓ Ορθοκανονικό σύστημα αξόνων</li></ul> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ Σχεδιασμός σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων διατεταγμένα ζεύγη ή δεδομένα που δίνονται σε πίνακα</li></ul>	<p>περιόδου, η γαλάζια φάλαινα χρειάζεται περίπου 4 τόνους φαγητού την ημέρα.</p> <p>(α) Να γράψεις σε διατεταγμένο ζεύγος τον συνολικό αριθμό τόνων φαγητού που θα καταναλώσει η γαλάζια φάλαινα σε 5 ημέρες.</p> <p>(β) Να σχεδιάσεις μια γραφική παράσταση που να δείχνει τον αριθμό των τόνων φαγητού που θα έχει καταναλώσει η γαλάζια φάλαινα σε σχέση με τον χρόνο, σε διάρκεια 10 ημερών.</p>	<p><b>Παράδειγμα:</b> Ο Σάββας χρησιμοποίησε τα διατεταγμένα ζεύγη του πίνακα, για να κατασκευάσει μια γραφική παράσταση.</p> <div><table><tr><th colspan="2">ΜΟΤΙΒΟ</th></tr><tr><th>Θέση όρου</th><th>Όρος</th></tr><tr><td>1</td><td>8</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td></tr><tr><td>3</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>14</td></tr><tr><td>5</td><td>16</td></tr><tr><td>6</td><td>18</td></tr></table><p>Θέση όρου</p></div> <p>(α) Να εξετάσεις κατά πόσο ο Σάββας τοποθέτησε ορθά τα σημεία στη γραφική παράσταση. Να εξηγήσεις.</p> <p>(β) Αν το αριθμητικό μοτίβο συνεχιστεί, να εξηγήσεις με ποιο τρόπο ο Σάββας είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσει τη γραφική παράσταση για να υπολογίσει τον 7<sup>ο</sup> και τον 8<sup>ο</sup> όρο του μοτίβου.</p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Ποια διατεταγμένα ζεύγη μπορώ να σχηματίσω με βάση τον πίνακα;</li></ul>	ΜΟΤΙΒΟ		Θέση όρου	Όρος	1	8	2	10	3	12	4	14	5	16	6	18
ΜΟΤΙΒΟ																			
Θέση όρου	Όρος																		
1	8																		
2	10																		
3	12																		
4	14																		
5	16																		
6	18																		

				<ul style="list-style-type: none"> <li>Οι αριθμοί ποια στήλης του πίνακα δείχνουν την απόσταση των σημείων από τον άξονα των <math>x</math>;</li> </ul>
<b>Αλγεβρικές εκφράσεις</b>				
<b>9.(Αλ.3.8)</b> Απλοποιούν μαθηματικές εκφράσεις και υπολογίζουν την τιμή μαθηματικών προτάσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών.	9.1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Απλοποιούν μαθηματικές εκφράσεις.</li> <li>Υπολογίζουν την τιμή μαθηματικών εκφράσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών</li> </ul> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων</li> <li>✓ Υπολογισμός της τιμής μαθηματικών εκφράσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα απλοποίησης μαθηματικών εκφράσεων:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Να γράψεις τις πιο κάτω μαθηματικές εκφράσεις στην πιο απλή τους μορφή:</li> </ul> <p>(α) <math>3 \cdot \alpha + 2 \cdot \alpha - 4</math></p> <p>(β) <math>\alpha + \alpha + \alpha + \alpha</math></p> <p><b>Παράδειγμα υπολογισμού της τιμής μαθηματικών εκφράσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Να υπολογίσεις την τιμή της μαθηματικής έκφρασης <math>X + 8</math>, αν γνωρίζεις ότι <math>X = 6</math>.</li> </ul>	<p><b>ΜΠ2 Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη</b></p> <p>Κατανοώ τις ποσότητες και τις σχέσεις μεταξύ τους.</p> <p><b>Παράδειγμα:</b></p> <p>Αν</p> $\heartsuit + \heartsuit + \heartsuit + \star + \star = 18$ <p>και</p> $\heartsuit + \star = 8$ <p>Να υπολογίσεις την τιμή της <math>\heartsuit</math> και του <math>\star</math>.</p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Πόσες <math>\heartsuit</math> και πόσα <math>\star</math> περιλαμβάνονται στην 1<sup>η</sup> εξίσωση;</li> <li>Ποια στρατηγική με βοηθά να λύσω το πρόβλημα;</li> </ul>
<b>10.(Αλ3.9)</b> Επιλύουν και χειρίζονται εξισώσεις.	10.1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Επιλύουν και χειρίζονται εξισώσεις στις οποίες περιλαμβάνονται γράμματα και</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα επίλυσης εξισώσεων που περιλαμβάνουν γράμματα:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Να υπολογίσεις την τιμή του <math>x</math> στις πιο κάτω εξισώσεις.</li> </ul> <p>(α) <math>x + 5 = 8</math></p>	<p><b>ΜΠ4 Μοντελοποίηση</b></p> <p>Χρησιμοποιώ διαγράμματα για να αναπαραστήσω και να επιλύσω εξισώσεις.</p>

		<p>κατανοούν ότι τα γράμματα αναπαριστούν έναν αριθμό.</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <p>✓ Επίλυση εξισώσεων</p>	<p>(β) <math>9 - \chi = 4</math>  (γ) <math>5 \cdot \chi = 15</math>  (δ) <math>12 \div 4 = \chi</math></p>	<p><b><math>12 = 3 \cdot \nu</math></b></p>  <p><math>12 = 3\nu</math>  <math>12 \div 3 = 3\nu \div 3</math>  <math>4 = \nu</math></p> <p>(α) <math>4 \cdot \kappa = 16</math>  (β) <math>54 = 9 \cdot \lambda</math></p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ποια πράξη αναπαριστά η εξίσωση;</li> <li>• Ποια πράξη πρέπει να εφαρμόσω για να επιλύσω την εξίσωση;</li> <li>• Με ποιο τρόπο μπορώ να αναπαραστήσω την εξίσωση;</li> </ul>
<p><b>11.(Αλ4.13)</b>  Μεταφράζουν αλγεβρικά σύμβολα σε λεκτική μορφή και αντίστροφα.</p>	11.1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μεταφράζουν αλγεβρικές εκφράσεις σε λεκτική μορφή και αντίστροφα (π.χ. να γράψουν την έκφραση τρεις φορές το άθροισμα του α και του β, ως <math>3 \cdot (\alpha + \beta)</math>).</li> <li>• Κατανοούν τα μέρη μιας μαθηματικής έκφρασης ως μια</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα μετάφρασης αλγεβρικών εκφράσεων σε λεκτική μορφή και αντίστροφα:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Η Ελένη χρησιμοποίησε το πιο κάτω μοντέλο, για να αναπαραστήσει την πρόταση «τρεις φορές το άθροισμα του <math>\chi</math> και του <math>\psi</math>».</li> </ul> <p><math>3 \cdot (\chi + \psi)</math></p>	<p><b>ΜΠ4 Μοντελοποίηση</b></p> <p>Χρησιμοποιώ μαθηματικά μοντέλα (π.χ. πίνακα, συμβολικές εκφράσεις), για να αναπαραστήσω καταστάσεις της καθημερινής ζωής.</p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Η Τερέζα σχεδιάζει ιστοσελίδες. Μπορεί να σχεδιάσει τρεις διαφορετικές ιστοσελίδες κάθε εβδομάδα. Θέλει να κατασκευάσει μια εξίσωση ώστε να μπορεί να υπολογίζει εύκολα τον αριθμό των</p>



		<p>οντότητα (π.χ. να περιγράφουν τη μαθηματική έκφραση <math>2 \cdot (8 + 7)</math> ως το γινόμενο δύο παραγόντων, δηλαδή να κατανοούν το <math>(8+7)</math> ως παράγοντα στην έκφραση <math>2 \cdot (8 + 7)</math>, αλλά και ως το άθροισμα δύο αριθμών).</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Μετάφραση αλγεβρικών εκφράσεων σε λεκτική μορφή και αντίστροφα</li> </ul>	 <p>Να χρησιμοποιήσεις τον τρόπο της Ελένης, για να αναπαραστήσεις τις πιο κάτω εκφράσεις:</p> <p>«δύο φορές το <math>a</math>»</p> <p>«δύο φορές το άθροισμα του <math>a</math> και του <math>b</math>»</p>	<p>ιστοσελίδων που θα κατασκευάσει σε συγκεκριμένο αριθμό εβδομάδων.</p> <p>(α) Να κατασκευάσεις έναν πίνακα, για να δείξεις τον αριθμό των ιστοσελίδων που μπορεί να κατασκευάσει η Τερέζα τις πρώτες 5 εβδομάδες της εργασίας της.</p> <p>(β) Να κατασκευάσεις μια εξίσωση για να αναπαραστήσεις τον αριθμό των ιστοσελίδων που μπορεί να σχεδιάσει η Τερέζα σε συγκεκριμένο αριθμό ημερών.</p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Πώς ο πίνακας με βοηθά να αναπαραστήσω το πρόβλημα;</li> <li>• Ποιες ποσότητες μπορώ να αναπαραστήσω με γράμματα;</li> <li>• Ποια εξίσωση ταιριάζει στον πίνακα;</li> </ul>
<b>Επίλυση προβλήματος</b>				
<p><b>12.(Αλ3.11)</b></p> <p>Επιλύουν και κατασκευάζουν προβλήματα ρουτίνας πολλαπλών βημάτων και προβλήματα διαδικασίας.</p>	12.1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Επιλύουν και να κατασκευάζουν προβλήματα ρουτίνας.</li> <li>• Επιλύουν προβλήματα μοντελοποίησης και προβλήματα διαδικασίας.</li> </ul>	<p><b>Παραδείγματα επίλυσης και κατασκευής προβλημάτων ρουτίνας:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ένα γαλακτοκομείο διανέμει σε υπεραγορές 450 000 L γάλα την εβδομάδα. Το γάλα βρίσκεται σε κιβώτια που χωρούν 15 μπουκάλες του 1 L το καθένα. Αν το γαλακτοκομείο εισπράττει €8,25 το κιβώτιο, πόσες είναι οι συνολικές</li> </ul>	<p><b>ΜΠ4 Μοντελοποίηση</b></p> <p>Χρησιμοποιώ μαθηματικά μοντέλα (π.χ. συμβολικές εκφράσεις), για να αναπαραστήσω καταστάσεις της καθημερινής ζωής.</p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Στο πλαίσιο μιας προσφοράς για διαφημιστικούς σκοπούς, η είσοδος στην πισίνα ενός ξενοδοχείου κοστίζει €4 για τα</p>

		<p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <p>✓ Επίλυση προβλημάτων με πολλαπλά βήματα και προβλημάτων διαδικασίας</p>	<p>εισπράξεις του κάθε βδομάδα;</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Να συμπληρώσεις το πρόβλημα, ώστε να λύνεται με συνδυασμό δύο πράξεων. Ένας ζαχαροπλάστης έφτιαξε 4380 γλυκίσματα. Τα έβαλε σε δίσκους που χωρούν 12 γλυκίσματα ο καθένας.</li></ul> <p><b>Παραδείγματα προβλημάτων διαδικασίας:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Αν ένα τούβλο ζυγίζει όσο ένα κιλό και μισό τούβλο, να βρεις πόσα κιλά ζυγίζουν συνολικά 5 τούβλα.</li><li>Έχεις στη διάθεσή σου 2 κανάτες. Η μια γεμίζει με 4 φλιτζάνια νερό και η άλλη γεμίζει με 7 φλιτζάνια νερό. Να περιγράψεις με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να μετρήσεις ακριβώς 5 φλιτζάνια νερό.</li></ul>	<p>άτομα που είναι μέλη του και έχουν πληρώσει την ετήσια συνδρομή. Το ποσό της ετήσιας συνδρομής διαφοροποιείται ανάλογα με την ηλικία των ατόμων.</p> <table><tr><td>Παιδιά κάτω των 12 ετών</td><td>Δωρεάν</td></tr><tr><td>Ενήλικες (18-64 ετών)</td><td>€59 ετησίως</td></tr><tr><td>Συνταξιούχοι</td><td>€39 ετησίως</td></tr></table> <p>Η τιμή της εισόδου για τα άτομα που δεν έχουν πληρώσει την ετήσια συνδρομή είναι €8 ανά επίσκεψη.</p> <p>Ο κύριος Γιάννης είναι 42 χρονών. Συνήθως επισκέπτεται την πισίνα 2 φορές τον μήνα. Να χρησιμοποιήσεις τις πιο πάνω πληροφορίες, για να εξετάσεις κατά πόσο συμφέρει τον κύριο Γιάννη να πληρώσει την ετήσια συνδρομή.</p> <p><i>Απαντώ στις ερωτήσεις:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Είναι ενήλικας ή συνταξιούχος ο Γιάννης;</li><li>Ποιες εξισώσεις με βοηθούν να λύσω το πρόβλημα;</li></ul>	Παιδιά κάτω των 12 ετών	Δωρεάν	Ενήλικες (18-64 ετών)	€59 ετησίως	Συνταξιούχοι	€39 ετησίως
Παιδιά κάτω των 12 ετών	Δωρεάν									
Ενήλικες (18-64 ετών)	€59 ετησίως									
Συνταξιούχοι	€39 ετησίως									
<p><b>13.(Αλ.4.16)</b> Επιλύουν προβλήματα χρησιμοποιώντας την έννοια του συνόλου, του πληθικού αριθμού,</p>		<p>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη Αλ4.17. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού στην Α' Γυμνασίου</p>								

του «ανήκειν», της τομής, της ένωσης και του συμπληρωματικού συνόλου.  <b>14.(Αλ 4.17)</b> Αναπαριστούν και επιλύουν προβλήματα με τη χρήση Βέννιων διαγραμμάτων.		ή σε επόμενες τάξεις.		
<b>Ιδιότητες πράξεων</b>				
<b>15.(Αλ3.12)</b> Χρησιμοποιούν την προτεραιότητα των πράξεων, για να απλοποιούν νοερούς και γραπτούς υπολογισμούς και να ελέγχουν τα αποτελέσματά τους.	15.1	Χρησιμοποιούν την προτεραιότητα πράξεων, για να απλοποιούν νοερούς και γραπτούς υπολογισμούς.  <b>Νέες Έννοιες:</b>  ✓ Προτεραιότητα πράξεων	<b>Παράδειγμα χρήσης της προτεραιότητας πράξεων:</b>  <ul style="list-style-type: none"> <li>Να περιγράψεις τη σειρά με την οποία έγιναν οι πιο κάτω πράξεις, ώστε να ισχύουν οι ισότητες.  (α) <math>3 \times 6 - 5 = 13</math>  (β) <math>20 - 6 \times 2 = 8</math>  (γ) <math>40 \div 20 + 5 = 7</math>  (δ) <math>15 - 4 \times 3 + 6 = 9</math> </li> </ul>	<b>ΜΠ3 Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων</b>  <i>Επεξηγώ τη σκέψη μου και λαμβάνω υπόψη μου τη γνώμη των άλλων.</i>  <b>Παράδειγμα:</b> Η Στέλλα και ο Ιωάννης χρησιμοποίησαν τους ίδιους αριθμούς και τα ίδια σύμβολα σε μια πράξη αλλά το αποτέλεσμα που βρήκαν ήταν διαφορετικό. <u>Στέλλα:</u> $4 + 6 \times 5 - 2 = 32$ <u>Ιωάννης:</u> $4 + 6 \times 5 - 2 = 48$  Ποιο παιδί βρήκε την ορθή απάντηση; Να επεξηγήσεις.  <i>Απαντώ στην ερώτηση:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>Με ποια σειρά εκτέλεσε τις πράξεις η Στέλλα και με ποια ο Ιωάννης;</li> </ul>



				<p><b>ΜΠ6 Ακρίβεια</b></p> <p><i>Είμαι προσεκτικός και σαφής, όταν χρησιμοποιώ τα μαθηματικά, για να επικοινωνήσω με τους άλλους (προτεραιότητα πράξεων, χρήση παρένθεσης).</i></p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Να περιγράψεις με ποιο τρόπο οι παρενθέσεις επηρεάζουν τη σειρά εκτέλεσης των πιο κάτω πράξεων.</p> <p>(α) <math>3 \times (6 - 5) = 3</math></p> <p>(β) <math>30 \div (10 + 5) = 8</math></p> <p><i>Απαντώ στην ερώτηση:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Αν δεν υπήρχαν οι παρενθέσεις, με ποια σειρά θα εκτελούσες τις πράξεις και ποιο θα ήταν το αποτέλεσμα;</i></li> </ul>
<p><b>16.(Αλ4.15)</b></p> <p>Επεξηγούν την προτεραιότητα και τις ιδιότητες των πράξεων αλγεβρικά και γεωμετρικά και τις χρησιμοποιούν, για να απλοποιούν παραστάσεις με ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.</p>		<p>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη Αλ4.15. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.</p>		

# Μαθήματα Άλγεβρας στο διδακτικό εγχειρίδιο Μαθηματικών της Στ' τάξης

## Ενότητα 2

- Προτεραιότητα πράξεων
- Επίλυση προβλήματος
- Έννοια μεταβλητής και αλγεβρικής παράστασης
- Απλοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων – ισοδύναμες αλγεβρικές παραστάσεις
- Επίλυση προβλήματος - Χρήση μεταβλητής και αλγεβρικής παράστασης

**Σύνολο διδακτικών περιόδων: 12**

## Ενότητα 8

- Επανάληψη – Έννοια μεταβλητής και αλγεβρικής παράστασης
- Έννοια ισότητας και ιδιότητες ισότητων
- Εξίσωση – Επίλυση εξίσωσης
- Επίλυση προβλήματος – Αναπαράσταση των πληροφοριών του προβλήματος με εξίσωση και η επίλυση της εξίσωσης αυτής
- Μοτίβα – Γενικός κανόνας ανάπτυξης μοτίβων

**Σύνολο διδακτικών περιόδων: 10**



# Έννοια της Εξίσωσης – Επίλυση εξίσωσης

Μαθήματα 4, 5 και 6

Διερεύνηση 1

(α) Η Δανάη εργάστηκε με τον πιο κάτω τρόπο, για να αναπαραστήσει τις πληροφορίες ενός προβλήματος.

Δύο αποσκευές ζυγίζουν μαζί 43 kg. Η μία από τις δύο αποσκευές ζυγίζει 23 kg.

Πόσα κιλά ζυγίζει η άλλη αποσκευή;

Εξίσωση:  $23 + x = 43$



Να επεξηγήσετε τον τρόπο σκέψης της Δανάης.

(β) Ποια από τα πιο κάτω προβλήματα είναι δυνατόν να επιλυθούν με την εξίσωση  $2κ + 30 = 80$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(i) Ο Πάνος αγόρασε 2 ίδια πουκάμισα και ένα παντελόνι που κόστιζε €30. Πλήρωσε συνολικά €80. Πόσο κόστιζε κάθε πουκάμισο;

(ii) Ο παππούς της Αγγελικής είναι 30 χρόνια μεγαλύτερος από το διπλάσιο της ηλικίας της Αγγελικής. Πόσο χρονών είναι η Αγγελική, αν ο παππούς της είναι 80 χρονών;

(iii) Ο Φάνος τοποθέτησε ένα κιβώτιο στη ζυγαριά. Η ένδειξή της ήταν 30 kg. Στη συνέχεια, πρόσθεσε ακόμα ένα κιβώτιο και η ένδειξή της έγινε 80 kg. Πόσο ζυγίζει το δεύτερο κιβώτιο;

(iv) Η Χάρης έχει διπλάσια χρήματα στο πορτοφόλι της από την Ελένη. Η Μαρίλια έχει €30 περισσότερα από την Ελένη. Πόσα χρήματα έχει η Ελένη, αν η Μαρίλια έχει στο πορτοφόλι της €80;

Δραστηριότητες

1. Να γράψετε την εξίσωση που αντιστοιχεί σε κάθε λεκτική έκφραση, όπως στο παράδειγμα.

<b>Παράδειγμα:</b> Το άθροισμα ενός αριθμού με το 19 είναι ίσο με 47.	$v + 19 = 47$
Το πενταπλάσιο ενός αριθμού είναι ίσο με 125.	
Η διαφορά του 7 από έναν αριθμό είναι ίση με 94.	
Το ηλίκιο ενός αριθμού διὰ 3 είναι ίσο με 18.	
Το άθροισμα του διπλάσιου ενός αριθμού και του 8 είναι ίσο με 36.	

2. Να επιλέξετε την εξίσωση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Η Ιωάννα αγόρασε 5 παιδικά εισιτήρια για το υδροπάρκο. Κάθε εισιτήριο κόστιζε ψ ευρώ. Συνολικά πλήρωσε €75. Ποια ήταν η τιμή του κάθε εισιτηρίου;

(i)  $75 - \psi = 5$

(ii)  $75 = \psi + 5$

(iii)  $5\psi = 75$

(β) Το προσδόκιμο ζωής του λιονταριού είναι ν χρόνια. Το προσδόκιμο ζωής της τίγρης είναι 22 χρόνια και είναι κατά 14 χρόνια μικρότερο από το προσδόκιμο ζωής του λιονταριού. Πόσο είναι το προσδόκιμο ζωής του λιονταριού;

(i)  $v - 14 = 22$

(ii)  $v + 14 = 22$

(iii)  $22 \div v = 14$

(γ) Ο Φοίβος έχει ν ευρώ. Η Μαρίνα έχει διπλάσια χρήματα στο πορτοφόλι της από τον Φοίβο. Η Χριστίνα έχει €20 περισσότερα από τη Μαρίνα. Αν η Χριστίνα έχει €100, πόσα χρήματα έχει ο Φοίβος;

(i)  $2v \div 20 = 100$

(ii)  $2v - 20 = 100$

(iii)  $2v + 20 = 100$

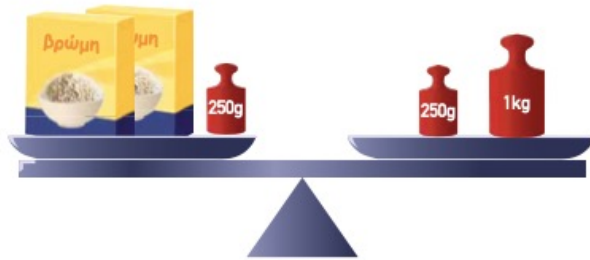
**Δείκτης Επιτυχίας**  
10.(Αλ3.9) Επιλύουν και χειρίζονται εξισώσεις.

**Δείκτης Επάρκειας**  
10.1. Επιλύουν και χειρίζονται εξισώσεις στις οποίες περιλαμβάνονται γράμματα και κατανοούν ότι τα γράμματα αναπαριστούν έναν αριθμό.

# Έννοια της Εξίσωσης – Επίλυση εξίσωσης

## Εξερεύνηση

Η πιο κάτω ζυγαριά ισορροπεί.



Με ποιο τρόπο μπορείτε να υπολογίσετε πόσο ζυγίζει μία συσκευασία βρώμης; Να επεξηγήσετε.

## Διερεύνηση 2



Να επιλύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις. Να εισηγηθείτε διαφορετικούς τρόπους σε κάθε περίπτωση.

(α)  $x + 5 = 12$

(β)  $x - 8 = 7$

(γ)  $4x = 36$

(δ)  $x \div 5 = 8$

# Έννοια της Εξίσωσης – Επίλυση εξίσωσης

## Νέες Έννοιες

- **Εξίσωση** λέγεται μια ισότητα που περιέχει τουλάχιστον μία μεταβλητή. Η μεταβλητή της εξίσωσης ονομάζεται και **άγνωστος** της εξίσωσης.

Παραδείγματα:

$$x + 5 = 8$$

$$80 - \psi = 53$$

$$3v + 7 = 28$$

- **Επίλυση εξίσωσης** λέγεται η διαδικασία που εφαρμόζουμε, για να βρούμε τη λύση της εξίσωσης.

- **Λύση της εξίσωσης** είναι ο αριθμός που, όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.

Παραδείγματα:

$$a - 15 = 40$$

Λύση:

$$a - 15 = 40$$

$$a - \cancel{15} + \cancel{15} = 40 + 15$$

$$a = 55$$

Επαλήθευση:

$$55 - 15 = 40$$

Άρα, η λύση της εξίσωσης είναι  $a = 55$ .

$$8x = 72$$

Λύση:

$$8x = 72$$

$$\frac{\cancel{8}x}{\cancel{8}} = \frac{72}{8}$$

$$x = 9$$

Επαλήθευση:

$$8 \cdot 9 = 72.$$

Άρα, η λύση της εξίσωσης είναι  $x = 9$ .

## Παραδείγματα

1. Να βγάλετε σε κύκλο τον αριθμό που είναι η λύση της πιο κάτω εξίσωσης.

$$x + 27 = 32$$

4

9

3

5

10

Λύση:

$$x + 27 = 32$$

4

9

3

5

10

Η λύση της εξίσωσης είναι το 5.

Άρα,  $x = 5$

Αντικαθιστούμε το  $x$  με τους αριθμούς 4, 9, 3, 5 και 10. Ο αριθμός που επαληθεύει την εξίσωση είναι το 5:  
 $5 + 27 = 32$

2. Να επιλύσετε την εξίσωση  $x + 28 = 35$  και να την επαληθεύσετε.

Λύση:

$$x + 28 = 35$$

$$x + \cancel{28} - \cancel{28} = 35 - 28$$

$$x = 7$$

Αφαιρούμε και από τα δύο μέλη της ισότητας τον αριθμό 28, ώστε να υπολογίσουμε την τιμή του  $x$ .

Επαλήθευση:

$$7 + 28 = 35$$

Για να επαληθεύσουμε την εξίσωση, αντικαθιστούμε τιμή του  $x$  με το 7.

# Έννοια της Εξίσωσης – Επίλυση εξίσωσης

## Δραστηριότητες

1. Να σημειώσετε ✓ στον αριθμό που είναι η λύση κάθε εξίσωσης.

	1	2	3	4	5	9	13
$x + 3 = 5$							
$\psi - 4 = 5$							
$12 - \kappa = 11$							
$3\beta = 12$							
$5\alpha + 3 = 13$							
$\gamma + 5 = 18$							
$4\nu - 5 = 31$							

2. Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση με τη λύση της.

$\nu + 14 = 36$
$\frac{\nu}{3} = 5$
$9 = \frac{\nu}{5}$
$24 = \nu + 11$
$1,5 + 0,5 = \nu$
$\nu = \frac{56}{8}$
$\nu + 13 = 32$

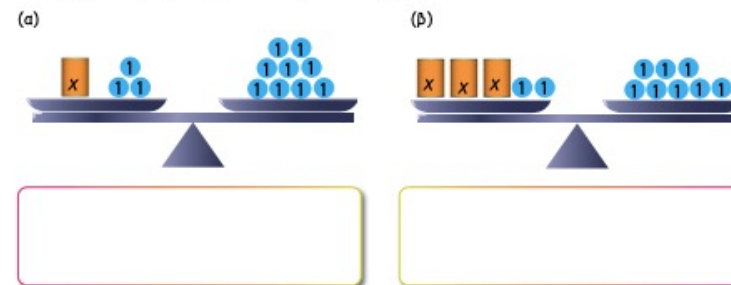
$\nu = 22$
$\nu = 13$
$\nu = 15$
$\nu = 45$
$\nu = 19$
$\nu = 7$
$\nu = 2$

3. Να επιλύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις να τις επαληθεύσετε. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α)  $45 = x + 28$       (β)  $19 + x = 82$       (γ)  $x - 62 = 14$   
 (δ)  $\nu + 14 = 25$       (ε)  $x - 21 = 34$       (στ)  $x + 8 = 43$

(ζ)  $8x = 56$       (η)  $x \div 3 = 12$       (θ)  $7\nu = 77$   
 (ι)  $148 \div \nu = 74$       (ια)  $93 = 3x$       (ιβ)  $15x = 45$

4. Να γράψετε την εξίσωση που αναπαριστά κάθε ζυγαριά.



## Επανάληψη

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

- (α) Η Χριστίνα θα μοιράσει  $\frac{4}{5}$  L ελαιόλαδο σε 2 δοχεία. Πόση ποσότητα ελαιόλαδου θα περιέχει κάθε δοχείο;
- (β) Ο Κυριάκος έχει στη διάθεσή του 3 kg αλεύρι. Χρειάζεται  $\frac{3}{5}$  kg, για να φτιάξει ένα γλυκό. Πόσο αλεύρι θα περισσέψει, αν φτιάξει 2 ίδια γλυκά;
- (γ) Η πλευρά ενός τετραγώνου έχει μήκος  $4\frac{1}{2}$  cm. Πόση είναι η περίμετρος του τετραγώνου;
- (δ) Ο Άρης είχε στη διάθεσή του  $2\frac{1}{5}$  L γάλα. χρησιμοποίησε  $\frac{3}{4}$  της ποσότητας αυτής, για να ετοιμάσει μία κρέμα. Πόσα λίτρα γάλα χρησιμοποίησε;

# Πρόγραμμα Σπουδών Ελλάδας

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤ΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ		
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα
		Οι μαθητές/-τριες είναι σε θέση να:
ΑΛΓΕΒΡΑ	Κανονικότητες.	Αλ.Κ.6.1. Αναπαριστούν και μελετούν κανονικότητες σε διαφορετικά αναπαραστατικά συστήματα (γλωσσικά, συμβολικά, γεωμετρικά).
	Συναρτήσεις.	Αλ.Σρ.6.1. Διερευνούν την έννοια της συνάρτησης μέσω διαφορετικών αναπαραστάσεων μονοσήμαντων αντιστοιχιών.
		Αλ.Σρ.6.2. Διερευνούν τη σχέση μεταξύ αντιστρόφως ανάλογων ποσών σε διαφορετικά πλαίσια.
	Αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.6.1. Χρησιμοποιούν γράμματα ως μεταβλητές στον γενικό όρο κανονικοτήτων και συναρτήσεων.
		Αλ.Π.6.2. Διερευνούν την έννοια της μεταβλητής σε γνωστούς τύπους από τη Φυσική και τη Γεωμετρία.
		Αλ.Π.6.3. Υπολογίζουν την τιμή μιας αριθμητικής παράστασης με χρήση της προτεραιότητας των πράξεων με παρενθέσεις.
		Αλ.Π.6.4. Διερευνούν τον αλγεβρικό χαρακτήρα των ιδιοτήτων των πράξεων (αντιμεταθετική, προσεταιριστική και επιμεριστική) και τη γενίκευση της ισχύος τους.
		Αλ.Π.6.5. Διατυπώνουν ένα πρόβλημα που να μοντελοποιείται από δεδομένη αριθμητική παράσταση ή σχέση και το επιλύουν.
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.6.1. Χρησιμοποιούν γράμματα ως άγνωστους σε απλές (γραμμικές) εξισώσεις και τις επιλύουν μέσω αντιστρόφων πράξεων.



Μοτίβα	
Αναλυτικό Πρόγραμμα Κύπρου	Πρόγραμμα Σπουδών Ελλάδας
<p>1.(Αλ4.1) Επιλύουν προβλήματα βρίσκοντας τον επόμενο όρο ή τον όρο που λείπει σε μοτίβα, περιγράφουν λεκτικά τον κανόνα του μοτίβου και εκφράζουν τον νιοστό όρο σε λεκτική ή συμβολική μορφή.</p> <p><i>1.1 Επιλύουν προβλήματα, περιγράφοντας τον κανόνα και εκφράζοντας σε λεκτική ή συμβολική μορφή τον νιοστό όρο</i></p>	<p>Αλ.Κ.6.1. Αναπαριστούν και μελετούν κανονικότητες σε διαφορετικά αναπαραστατικά συστήματα (γλωσσικά, συμβολικά, γεωμετρικά).</p>
<p>2.(Αλ. 3.1) Περιγράφουν, συμπληρώνουν, επεκτείνουν, κατασκευάζουν, επεξηγούν τον κανόνα και βρίσκουν με επαγωγικό τρόπο τον γενικό όρο αριθμητικών και γεωμετρικών μοτίβων.</p> <p>(Αλ4.2) Επεκτείνουν και κατασκευάζουν μοτίβα χρησιμοποιώντας ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.</p> <p><i>2.1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Περιγράφουν, συμπληρώνουν, επεκτείνουν και διερευνούν τον κανόνα σε αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.</i></li> <li><i>Επεκτείνουν και κατασκευάζουν μοτίβα, χρησιμοποιώντας ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματ</i></li> </ul>	
<p>3.(Αλ4.3) Κατανοούν τις ιδιότητες αριθμητικών και γεωμετρικών προόδων και διερευνούν τον τρόπο υπολογισμού του γενικού όρου.</p> <p><i>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη Αλ4.3. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.</i></p>	

Έννοια της μεταβλητής και της συνάρτησης	
Αναλυτικό Πρόγραμμα Κύπρου	Πρόγραμμα Σπουδών Ελλάδας
	Αλ.Ρ.6.1. Χρησιμοποιούν γράμματα ως μεταβλητές στον γενικό όρο κανονικοτήτων και συναρτήσεων.
	Αλ.Ρ.6.2. Διερευνούν την έννοια της μεταβλητής σε γνωστούς τύπους από τη Φυσική και τη Γεωμετρία.
<p>4.(Αλ3.5) Αντιλαμβάνονται την έννοια της συνάρτησης ως «ένα-προς-ένα αντιστοιχία» μέσω πινάκων, διαγραμμάτων και γραφικών παραστάσεων.</p> <p>4.1 Κατανοήσουν την έννοια της συνάρτησης ως «ένα-προς-ένα αντιστοιχία» μέσω πινάκων, διαγραμμάτων και γραφικών παραστάσεων.</p>	Αλ.Σρ.6.1. Διερευνούν την έννοια της συνάρτησης μέσω διαφορετικών αναπαραστάσεων μονοσήμαντων αντιστοιχιών.
<p>5.(Αλ3.6) Περιγράφουν, αναπαριστούν, επεξηγούν και βρίσκουν τον γενικό τύπο συναρτήσεων.</p> <p>6.(Αλ3.7) Αναπαριστούν γραφικά γενικούς τύπους συναρτήσεων.</p> <p>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή των δεικτών Αλ3.6 και Αλ3.7. Η διδασκαλία τους είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη των δεικτών αυτών στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.</p>	

Ιδιότητες πράξεων	
<b>Αναλυτικό Πρόγραμμα Κύπρου</b>	<b>Πρόγραμμα Σπουδών Ελλάδας</b>
<p>15.(Αλ3.12) Χρησιμοποιούν την προτεραιότητα των πράξεων, για να απλοποιούν νοερούς και γραπτούς υπολογισμούς και να ελέγχουν τα αποτελέσματά τους.</p> <p>15.1 <i>Χρησιμοποιούν την προτεραιότητα πράξεων, για να απλοποιούν νοερούς και γραπτούς υπολογισμούς.</i></p>	
<p>16.(Αλ4.15) Επεξηγούν την προτεραιότητα και τις ιδιότητες των πράξεων αλγεβρικά και γεωμετρικά και τις χρησιμοποιούν, για να απλοποιούν παραστάσεις με ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.</p> <p><i>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη Αλ4.15. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.</i></p>	
	<p>Αλ.Ρ.6.4. Διερευνούν τον αλγεβρικό χαρακτήρα των ιδιοτήτων των πράξεων (αντιμεταθετική, προσεταιριστική και επιμεριστική) και τη γενίκευση της ισχύος τους.</p>

Διατεταγμένα ζεύγη	
<b>Αναλυτικό Πρόγραμμα Κύπρου</b>	<b>Πρόγραμμα Σπουδών Ελλάδας</b>
<p>7.(Αλ3.3) Χρησιμοποιούν διατεταγμένα ζεύγη, για να αναπαραστήσουν πληροφορίες από την καθημερινή ζωή (π.χ. η επίδοση ενός μαθητή στα μαθηματικά και στη γλώσσα).</p> <p>7.1 Χρησιμοποιούν διατεταγμένα ζεύγη, για να αναπαραστήσουν πληροφορίες από προβλήματα καθημερινής ζωής.</p>	
<p>8.(Αλ3.4) Σχεδιάζουν σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων διατεταγμένα ζεύγη ή δεδομένα που δίνονται σε πίνακα.</p> <p>8.1 Σχεδιάζουν διατεταγμένα ζεύγη σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.</p>	

Αλγεβρικές εκφράσεις

<b>Αναλυτικό Πρόγραμμα Κύπρου</b>	<b>Πρόγραμμα Σπουδών Ελλάδας</b>
<p>9.(Αλ.3.8) Απλοποιούν μαθηματικές εκφράσεις και υπολογίζουν την τιμή μαθηματικών προτάσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών.</p> <p>9.1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Απλοποιούν μαθηματικές εκφράσεις.</li> <li>• Υπολογίζουν την τιμή μαθηματικών εκφράσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών</li> </ul>	<p>Αλ.Ρ.6.3. Υπολογίζουν την τιμή μιας αριθμητικής παράστασης με χρήση της προτεραιότητας των πράξεων με παρενθέσεις.</p>
<p>10.(Αλ3.9) Επιλύουν και χειρίζονται εξισώσεις.</p> <p>10.1 Επιλύουν και χειρίζονται εξισώσεις στις οποίες περιλαμβάνονται γράμματα και κατανοούν ότι τα γράμματα αναπαριστούν έναν αριθμό.</p>	<p>Αλ.Σχ.6.1. Χρησιμοποιούν γράμματα ως άγνωστους σε απλές (γραμμικές) εξισώσεις και τις επιλύουν μέσω αντιστρόφων πράξεων.</p>
<p>11.(Αλ4.13) Μεταφράζουν αλγεβρικά σύμβολα σε λεκτική μορφή και αντίστροφα.</p> <p>11.1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Μεταφράζουν αλγεβρικές εκφράσεις σε λεκτική μορφή και αντίστροφα (π.χ. να γράψουν την έκφραση τρεις φορές το άθροισμα του <math>\alpha</math> και του <math>\beta</math>, ως <math>3 \cdot (\alpha + \beta)</math>).</li> <li>• Κατανοούν τα μέρη μιας μαθηματικής έκφρασης ως μια οντότητα (π.χ. να περιγράφουν τη μαθηματική έκφραση <math>2 \cdot (8 + 7)</math> ως το γινόμενο δύο παραγόντων, δηλαδή να κατανοούν το <math>(8+7)</math> ως παράγοντα στην έκφραση <math>2 \cdot (8 + 7)</math>, αλλά και ως το άθροισμα δύο αριθμών).</li> </ul>	

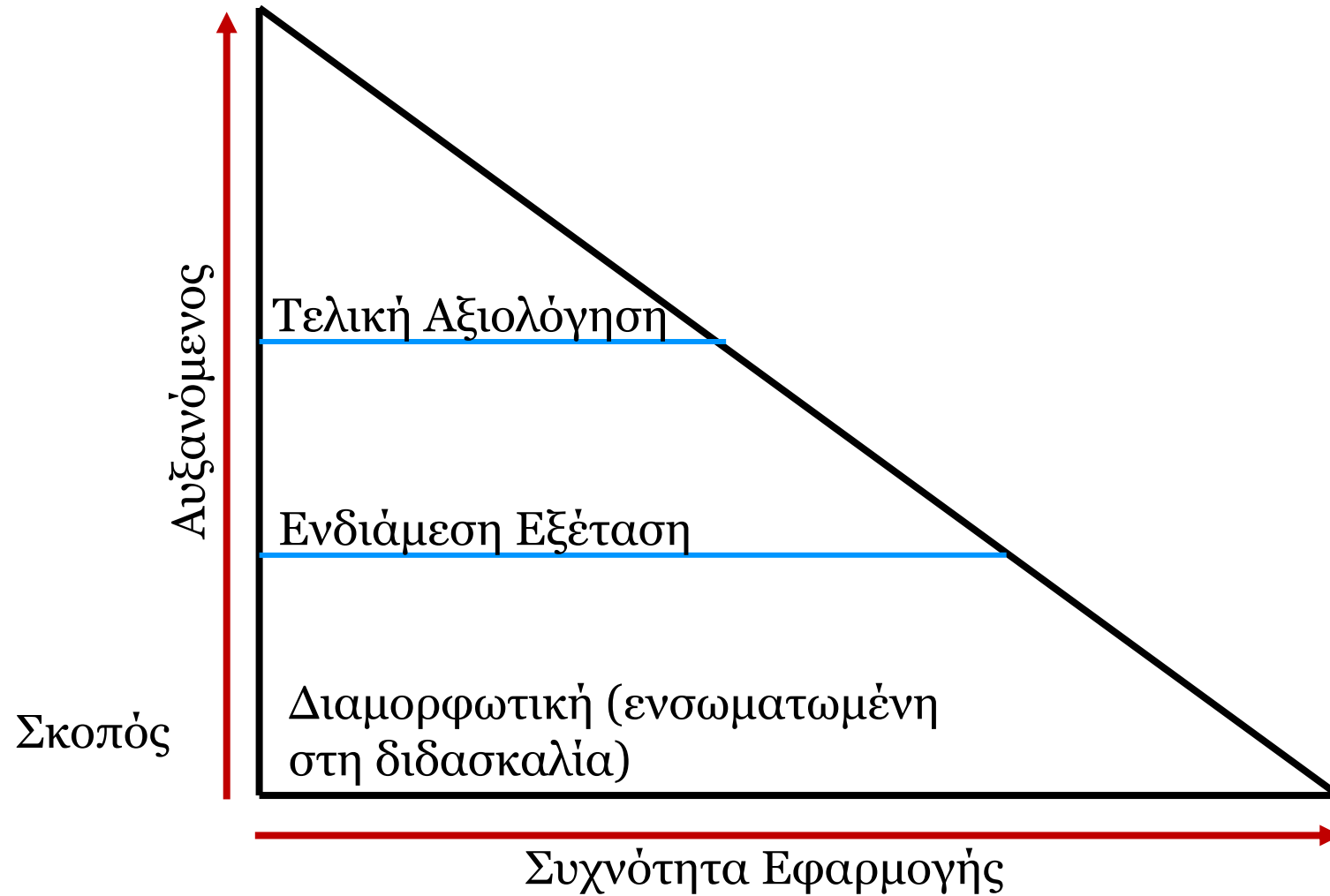
Επίλυση προβλήματος	
<b>Αναλυτικό Πρόγραμμα Κύπρου</b>	<b>Πρόγραμμα Σπουδών Ελλάδας</b>
<p>12.(Αλ3.11) Επιλύουν και κατασκευάζουν προβλήματα ρουτίνας πολλαπλών βημάτων και προβλήματα διαδικασίας.</p> <p><i>12.1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Επιλύουν και να κατασκευάζουν προβλήματα ρουτίνας.</i></li> <li>• <i>Επιλύουν προβλήματα μοντελοποίησης και προβλήματα διαδικασίας.</i></li> </ul>	<p>Αλ.Ρ.6.5. Διατυπώνουν ένα πρόβλημα που να μοντελοποιείται από δεδομένη αρικθμητική παράσταση ή σχέση και το επιλύουν.</p>
<p>13.(Αλ.4.16) Επιλύουν προβλήματα χρησιμοποιώντας την έννοια του συνόλου, του πληθικού αριθμού, του «ανήκειν», της τομής, της ένωσης και του συμπληρωματικού συνόλου.</p> <p>14.(Αλ 4.17) Αναπαριστούν και επιλύουν προβλήματα με τη χρήση Βέννιων διαγραμμάτων.</p> <p><i>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη Αλ4.17. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.</i></p>	

# Αξιολόγηση στα Μαθηματικά

- ✓ Ένα αναλυτικό πρόγραμμα θεωρείται ολοκληρωμένο μόνο όταν υπάρχει και αντίστοιχο αναλυτικό αξιολόγησης.
- ✓ Οι δραστηριότητες αξιολόγησης ενεργοποιούν τους δείκτες επιτυχίας και επάρκειας του αναλυτικού προγράμματος.



# Σύστημα Αξιολόγησης



# Διαμορφωτική Αξιολόγηση

Η διαμορφωτική αξιολόγηση είναι μια **διαδικασία** που στοχεύει στη βελτίωση των μαθησιακών αποτελεσμάτων μέσω της ανατροφοδότησης που λαμβάνει:

- ο/η μαθητής/τρια
- ο/η εκπαιδευτικός

*“Formative assessment is a **planned process** in which teachers or students use assessment-elicited evidence to improve what they’re doing”*

Popham (2011, p. 2)



# Πότε γίνεται;

Πριν από τη  
διδασκαλία  
μιας έννοιας

Κατά τη  
διάρκεια της  
διδασκαλίας

Ύστερα από  
μια σειρά  
μαθημάτων

*An oft-stated goal of  
reform is that  
visitors to classrooms  
will be unable to  
distinguish  
instructional  
activities from  
assessment activities.*

# Αρχές Διαμορφωτικής Αξιολόγησης

## 1. Περιεχόμενο

- Περιορίζεται στα σημαντικά μαθηματικά που έχουν οριστεί και που πρέπει να κατακτήσουν οι μαθητές/τριες σε κάθε τάξη.

## 2. Τρόπος

- Εμπλουτίζει τη διδασκαλία. Είναι διαδικασία που αποτελεί μέρος της διδασκαλίας – ΟΧΙ τεστ.

## 3. Σε ποιους απευθύνεται;

- Σε όλους τους/τις μαθητές/τριες.
- Τους δίνει την ευκαιρία να μάθουν σημαντικά μαθηματικά.
- Δεν έχει στόχο τη βαθμολόγηση.

# Ποιες μαθηματικές ικανότητες αξιολογεί;

- Διαδικαστική επάρκεια
- Εννοιολογική Κατανόηση
- Μαθηματικός συλλογισμός

# Διαδικαστική επάρκεια

1. Να βάλεις σε κύκλο τη λύση της εξίσωσης σε κάθε περίπτωση.

Εξίσωση	Λύση της εξίσωσης			
$x + 5 = 8$	2	3	4	5
$7 - \kappa = 2$	2	3	4	5
$2\beta = 10$	2	3	4	5
$x + 1 = 3$	2	3	4	5
$2v + 1 = 5$	2	3	4	5
$6 - 3v = 0$	2	3	4	5

2. Να επιλύσεις τις εξισώσεις.

(α)  $6 = 10 + x$

(β)  $v - 20 = 45$

(γ)  $3 \cdot x = 36$

(δ)  $42 + v = 7$

3. Ο Βασίλης βρήκε ότι η λύση της εξίσωσης  $45 + v = 62$  είναι ο αριθμός 17. Να εξετάσεις κατά πόσο η απάντηση του Βασίλη είναι ορθή και να εξηγήσεις.

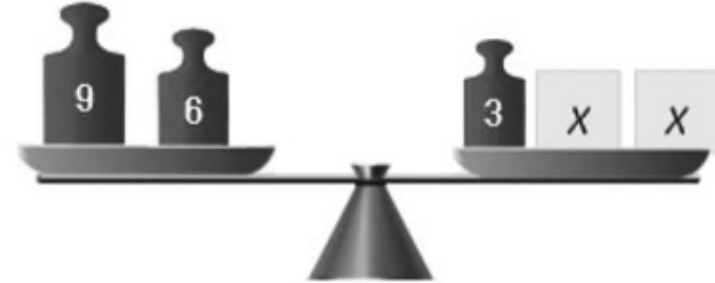
- Ερμηνεία απλών αναπαραστάσεων - απλή χρήση μαθηματικών εργαλείων (π.χ. γεωμετρικά όργανα, εποπτικά μέσα, εφαρμογίδια)
- Εκτέλεση διαδικασιών και αλγορίθμων με ευχέρεια - απλή εκτίμηση ποσοτήτων και υπολογισμών - απομνημόνευση και αναπαραγωγή τύπων και κανόνων - χρήση μαθηματικής ορολογίας
- Επίλυση απλών λεκτικών προβλημάτων σε οικεία πλαίσια στα οποία όλες οι σχετικές πληροφορίες παρουσιάζονται και οι ερωτήσεις είναι ξεκάθαρες



# Εννοιολογική κατανόηση

- Αναπαράσταση μαθηματικών καταστάσεων με διαφορετικούς τρόπους
- Διασύνδεση εννοιών και διαδικασιών
- Επίλυση προβλημάτων που απαιτούν διασύνδεση εννοιών/πληροφοριών – επίλυση προβλημάτων που απαιτούν σειριακές αποφάσεις – ανάπτυξη σύντομων επεξηγήσεων – έλεγχος και επαλήθευση της λογικότητας των απαντήσεων

4. (α) Να γράψεις την εξίσωση που αναπαριστά η ζυγαριά.



(β) Να αναπαραστήσεις την εξίσωση  $3\omega + 2 = \omega + 4$  στην πιο κάτω ζυγαριά και να βρεις την τιμή του  $\omega$ .



5. Να γράψεις την εξίσωση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

Πρόβλημα	Εξίσωση
Η Ξένια αγόρασε $x$ αριθμό τετραδίων προς €1,35 το ένα. Αν πλήρωσε €10,80, πόσα τετράδια αγόρασε;	
Η Μαρία έχει $\mu$ ευρώ. Έχει €32 περισσότερα από τον Νίκο. Αν ο Νίκος έχει €65, πόσα χρήματα έχει η Μαρία;	
Το άθροισμα δύο διαδοχικών αριθμών είναι 51. Να βρείτε τους δύο αριθμούς.	

# Μαθηματικός Συλλογισμός

- Επίλυση σύνθετων προβλημάτων τα οποία περιλαμβάνουν περιορισμούς ή τη διατύπωση υποθέσεων – συστηματική εργασία – επικοινωνία συλλογισμού
- Γενίκευση με βάση διερευνήσεις

**6. Να δηλώσεις κατά πόσο συμφωνείς ή διαφωνείς με την κάθε δήλωση και να εξηγήσεις.**

(α) Το  $x$  είναι ακέραιος αριθμός στην εξίσωση  $20 - x = 3x$

(β) Το  $\psi$  είναι ακέραιος αριθμός στην εξίσωση  $30 \div \psi = \psi$

**7. Η Χαρίκλεια θέλει να αγοράσει μολύβια και σβηστήρια και θέλει να ξοδέψει ακριβώς €5,05. Το κάθε μολύβι στοιχίζει €0,50 και το κάθε σβηστήρι €0,41.**

(α) Να γράψεις την εξίσωση.

(β) Να χρησιμοποιήσεις την εξίσωση που έγραψες στο ερώτημα (α), για να βρεις πόσα μολύβια και πόσα σβηστήρια μπορεί να αγοράσει.

# Ο ρόλος της τεχνολογίας

Η τεχνολογία είναι δυνατόν να αξιοποιηθεί στα Μαθηματικά για σκοπούς:

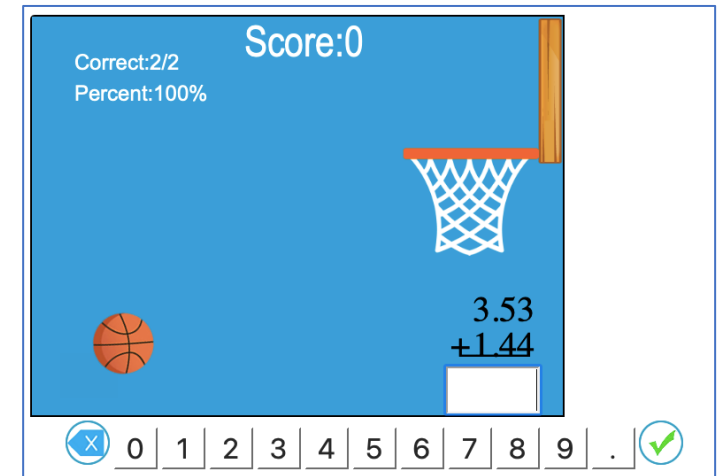
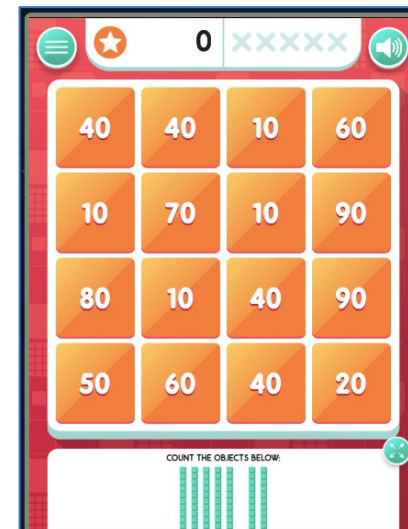
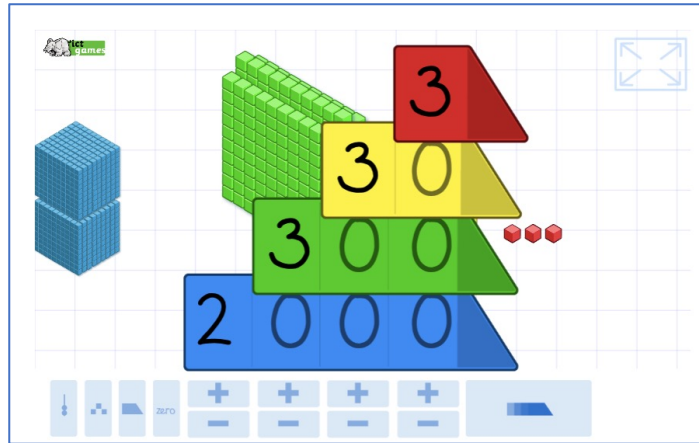
- Διερεύνησης μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών
- Εμπέδωσης – εξάσκησης
- Αξιολόγησης

# Διαθέσιμα τεχνολογικά εργαλεία

- Online εφαρμογίδια
- Ψηφιακές πλατφόρμες


# Online εφαρμογίδα

- [www.ictgames.com](http://www.ictgames.com)
- [www.mathplayground.com](http://www.mathplayground.com)
- [www.toytheater.com](http://www.toytheater.com)
- <https://www.sheppardsoftware.com>
- [www.education.com](http://www.education.com)
- [www.abcy.com](http://www.abcy.com)
- [www.topmarks.com](http://www.topmarks.com)
- <https://mrnussbaum.com>



# Ψηφιακές πλατφόρμες – ψηφιακό μάθημα

- [www.desmos.com](https://www.desmos.com)
- [www.graspable.com](https://www.graspable.com)
- [www.geogebra.com](https://www.geogebra.com)



## Παίζοντας με τις μπογιές!

Teacher Guide + ⋮

By Sean Sweeney [Edited by You](#) | 45-60 minutes | Introduction  
*Edited with love by Ομάδα Μαθηματικών Δημοτικής Κύπρου and Jay Chow*  
*Last published by you 10 months ago.*

☒ Mobile ☒ Tablet ☒ Laptop

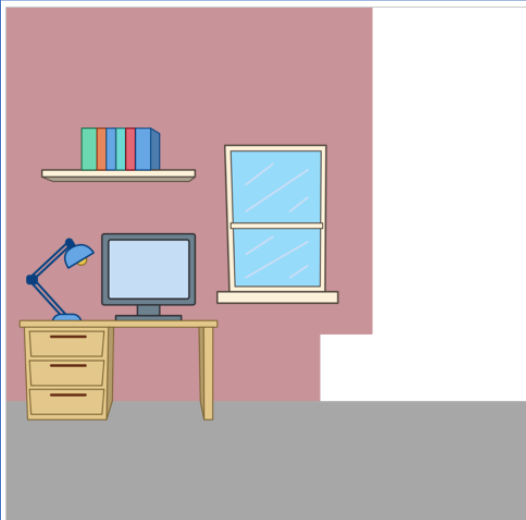
The purpose of this activity is for students to develop an informal understanding of equivalent ratios. Students will use ratio tables to mix paint that is the same color as a given paint color. They will also decide which mixtures from a list will make the same paint color.

Inspired by and with gratitude to Illustrative Mathematics and Open Up Resources. Download for free at <https://openupresources.org>.

Translated by the Desmos localization team into:  
[Chinese](#) | [Dutch](#) | [Estonian](#) | [French](#) | [Indonesian](#) | [Italian](#) | [Korean](#) | [Portuguese \(BR\)](#) | [Russian](#) | [Spanish](#)

Activity Sessions Assign ▼

Assign this activity to one of your classes or create a single session code.



Ο Δημήτρης ανάμειξε 4 ποτήρια λευκής μπογιάς με 6 ποτήρια κόκκινης μπογιάς, αλλά δεν του έμεινε αρκετή μπογιά, για να ολοκληρώσει το βάψιμο του τοίχου στο δωμάτιό του.

Πόση κόκκινη μπογιά πρέπει να αναμίξει σε 1 ποτήρι άσπρης μπογιάς, ώστε να προκύψει ή ίδια ακριβώς απόχρωση;

Ποτήρια άσπρης μπογιάς	Ποτήρια κόκκινης μπογιάς
4	6
1	

Δοκίμασε!

# Παράδειγμα Ψηφιακών Μαθημάτων στην Πλατφόρμα Desmos

Στ' Δημοτικού

Ενότητα 8 – Άλγεβρα

Σύνδεσμος για τα ψηφιακά μαθήματα:

<https://teacher.desmos.com/collection/642bd5a012cd7b6c95df2foe>

# Μάθημα 1

## ΣΤΟΧΟΙ

Οι μαθητές/τριες:

- (1) Να απλοποιούν αλγεβρικές παραστάσεις.
- (2) Να υπολογίζουν την τιμή αλγεβρικών παραστάσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών.
- (3) Να μεταφράζουν αλγεβρικές παραστάσεις σε λεκτική μορφή και αντίστροφα.



## ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ

- Για να αναπαραστήσουμε άγνωστες ποσότητες ή ποσότητες που μεταβάλλονται, χρησιμοποιούμε γράμματα ή άλλα σύμβολα, τα οποία ονομάζονται **μεταβλητές**. Μια μαθηματική έκφραση που περιλαμβάνει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται **αλγεβρική παράσταση**.

### Παραδείγματα:

Λεκτική έκφραση	Αλγεβρική Παράσταση
Το άθροισμα του 10 και του $x$	$10 + x$
Η διαφορά του 20 από το $\psi$	$\psi - 20$
Το γινόμενο 3 επί $\kappa$	$3\kappa$
Το πηλίκο 12 διά $\lambda$	$\frac{12}{\lambda}$

## ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ

- Αν αντικαταστήσουμε σε μια αλγεβρική παράσταση όλες τις μεταβλητές με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις, τότε το αποτέλεσμα που θα προκύψει λέγεται **αριθμητική τιμή** της αλγεβρικής παράστασης.

### Παράδειγμα:

Αν  $x = 4$ , τότε η αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης  $3x + 5$  είναι:

$$3 \cdot 4 + 5 = 12 + 5 = 17.$$

- Μια αλγεβρική παράσταση είναι δυνατόν να γραφτεί σε πιο **απλή μορφή**.

### Παραδείγματα:

$$x + x + 3 = 2x + 3$$

$$κ + 5 + 2 = κ + 7$$

$$ν + ν + ν + 3 + 2 = 3ν + 5$$

## ΔΡ. 1

Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λεκτική έκφραση	Αλγεβρική παράσταση
προσθέτω 20 στο ν	
αφαιρώ λ από το 9	
διπλασιάζω το κ	
τριπλασιάζω το x και προσθέτω 3	
	$15 + ν$
	$x - 4$
	$μ \div 3$
	$2x + 10$

## ΔΡ. 2

Ο Σάββας έχει  $x$  ευρώ στο πορτοφόλι του. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση, για να αναπαραστήσετε τα χρήματα των φίλων του Σάββα ως προς  $x$ .

(α) Ο Σταύρος έχει 5 ευρώ περισσότερα από τον Σάββα.



(β) Η Λύδια έχει διπλάσια χρήματα από τον Σάββα.



(γ) Ο Παύλος έχει 12 ευρώ λιγότερα από τον Σάββα.



(δ) Η Κυριακή έχει 5 ευρώ περισσότερα από τη Λύδια.



Υποβολή

### ΔΡ. 3

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή κάθε αλγεβρικής παράστασης, όπως στο παράδειγμα.

Αλγεβρική παράσταση	Τιμή του $x$	Αριθμητική τιμή αλγεβρικής παράστασης	Έλεγχος
$x + 9$	3	12	✓
$x - 13$	20		✗
$37 - x + 2$	6		✗
$10x$	4		✗
$\frac{x}{3}$	27		✗
$4x + 5$	8		✗

## ΔΡ. 4

Να πατήσετε στον πιο κάτω σύνδεσμο, για να μεταφερθείτε στο περιβάλλον της ψηφιακής πλατφόρμας Graspable και να κάνετε τη δραστηριότητα.  
<https://gmacts.com/s/7QTLY>

Να γράψετε την κάθε αλγεβρική παράσταση (Initial State) σε απλή μορφή (Goal State).

keypadundoredofullscreen

$$\alpha + \alpha + \alpha$$

> Formulas

Steps:  
0

RESET

keypadundoredofullscreen

$$v + v + 5$$

> Formulas

Steps:  
0

RESET

CONTINUE

## ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ ΒΙΒΛΙΟ

Να κάνετε τη Δραστηριότητα 4 στη σελίδα 10 του βιβλίου σας.

## ΕΞΑΣΚΗΣΗ

Να κάνετε τις Δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 στις σελίδες 54-55 του βιβλίου σας.

# Μαθήματα 2 και 3

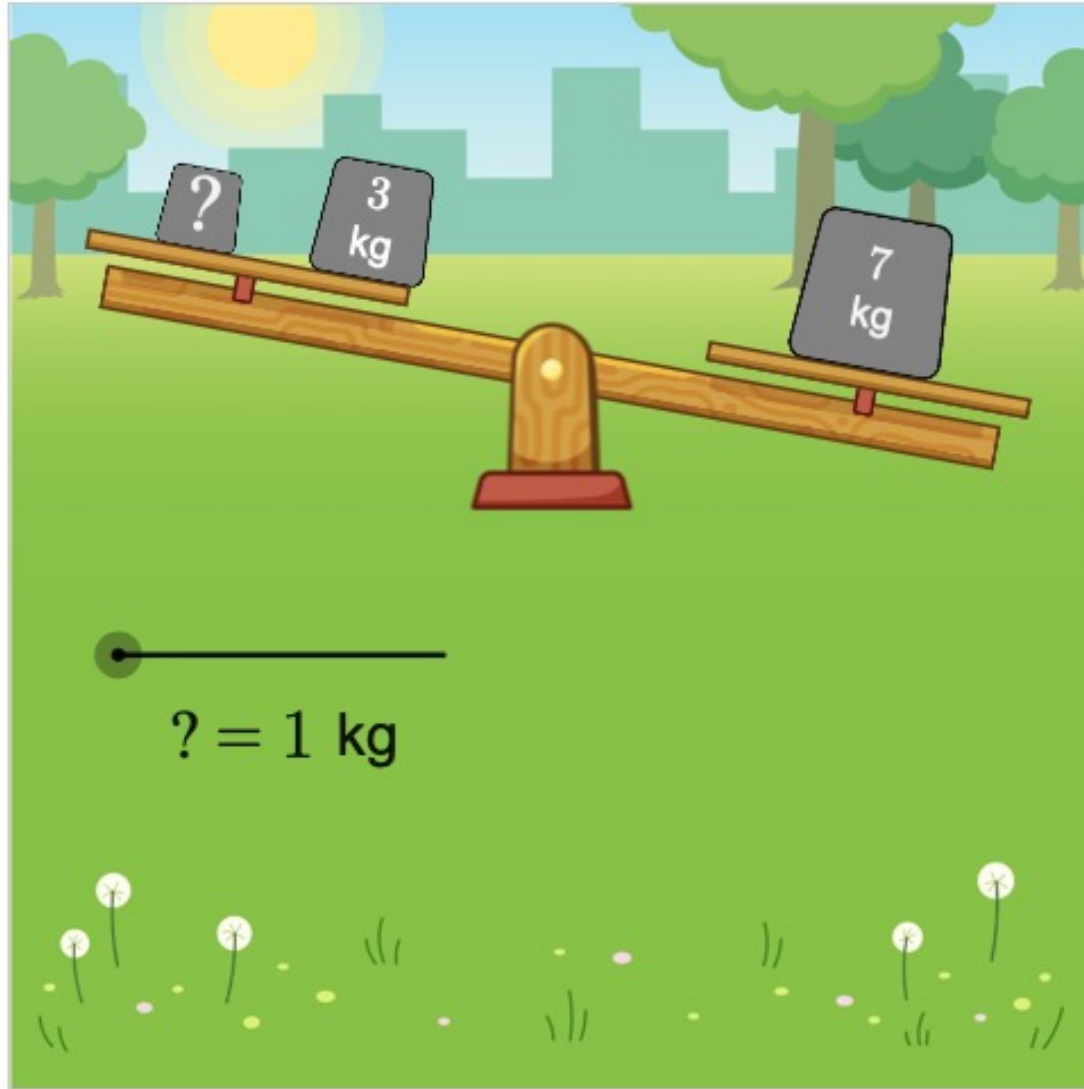
## ΣΤΟΧΟΙ

Οι μαθητές/τριες:




- (1) Να αναπαριστούν σχέσεις ισότητας.
- (2) Να εφαρμόζουν τις ιδιότητες των ισοτήτων.






## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ



(α) Να μετακινήσετε τον δρομέα σε διάφορες θέσεις. Τι παρατηρείτε;

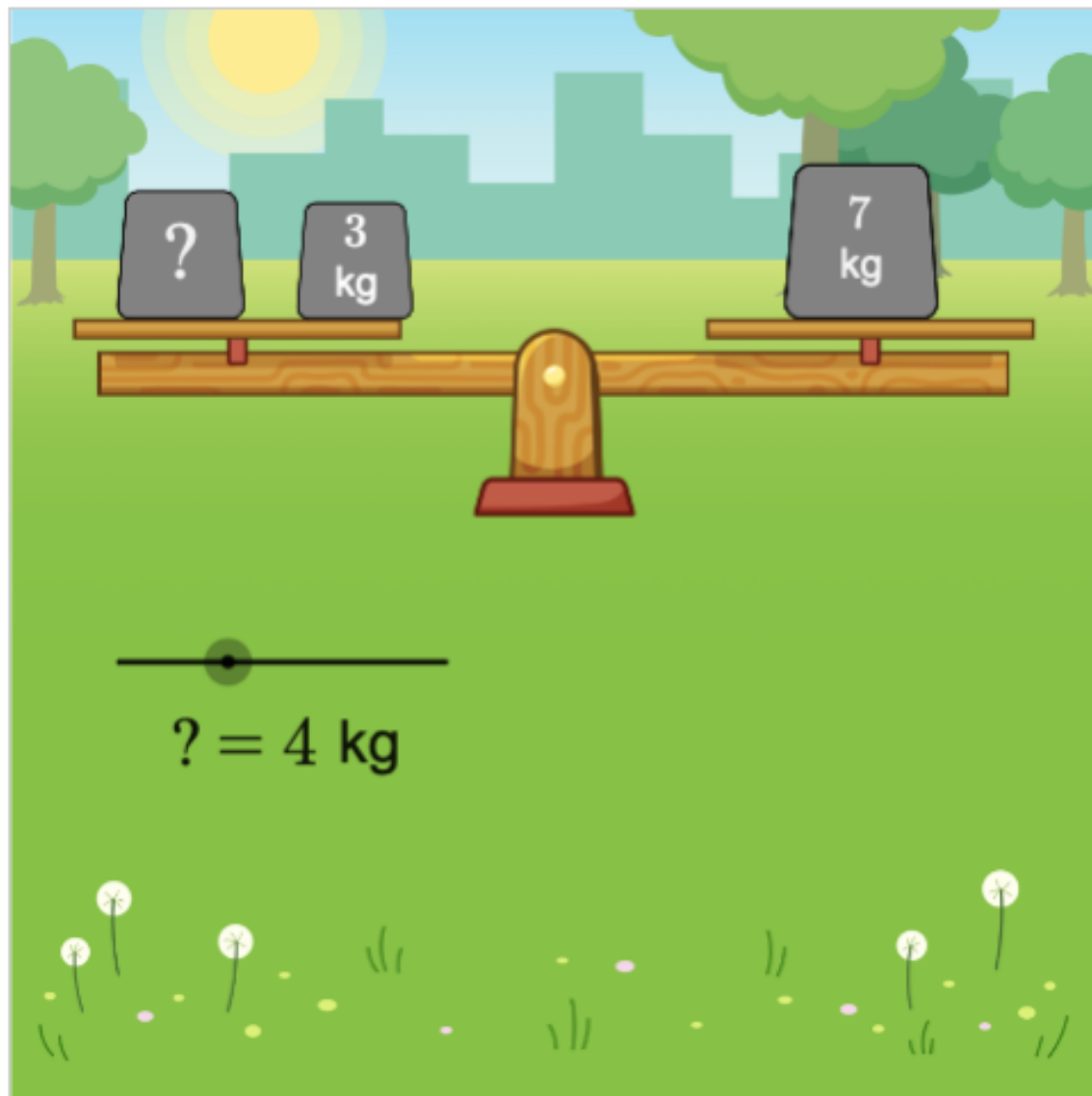


(β) Πότε η τραμπάλα ισορροπεί; Γιατί συμβαίνει αυτό;



Δείξε στην τάξη την απάντησή σου.

## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ



Η τραμπάλα ισορροπεί, όταν προκύψει μία **σχέση ισότητας**.

Για παράδειγμα, στη διπλανή εικόνα, η ισότητα που παρουσιάζεται είναι  $4 + 3 = 7$

(α) Σε ποιες από τις πιο κάτω περιπτώσεις προκύπτει ισότητα και η τραμπάλα ισορροπεί; Να γράψετε Ν (για ΝΑΙ) ή Ο (για ΟΧΙ) στην τελευταία στήλη του πίνακα.

Βαρίδια στη δεξιά πλευρά	Βαρίδια στην αριστερή πλευρά	Ισορροπεί η τραμπάλα;
$5 \text{ kg} + 3 \text{ kg}$	$8 \text{ kg}$	
$10 \text{ kg}$	$7 \text{ kg} + 4 \text{ kg}$	
$3 \cdot 5 \text{ kg}$	$8 \text{ kg} + 7 \text{ kg}$	
$18 \text{ kg}$	$9 \text{ kg} + 9 \text{ kg}$	

# ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Να πατήσετε στον πιο κάτω σύνδεσμο, για να μεταφερθείτε στο περιβάλλον της ψηφιακής πλατφόρμας Graspable και να κάνετε τη διερεύνηση.

<https://gmacts.com/s/JJ9CM>

Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις.

Για να κάνετε την πράξη που αναφέρεται στην οδηγία, πατήστε πάνω στο σύμβολο = και γράψετε την πράξη στο πληκτρολόγιο.

+

insert

↔

transform

⌨

keypad

🔧

scrub

✎

draw

🧽

erase

🔄

arrange

↶

undo

↷

redo

⏮

smaller

⏭

larger

🖥

fullscreen

(α) Να προσθέσετε 3 και στα δύο μέλη της ισότητας.

$$7 + 5 = 12$$

(β) Να αφαιρέσετε 3 και από τα δύο μέλη της ισότητας.

$$7 + 5 = 12$$

Add more space

↓

> Formulas

Τι παρατηρείτε;

- Η σχέση  $A = B$  είναι μια **ισότητα**. Το  $A$  και το  $B$  είναι μαθηματικές παραστάσεις (αριθμητικές ή αλγεβρικές).

### Παραδείγματα:

$$3 \cdot 4 = 10 + 2$$

$$x + x + 2 = 2x + 2$$

### ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

#### • Ιδιότητες ισοτήτων:

- Αν προσθέσουμε και στα δύο μέλη μιας ισότητας τον ίδιο αριθμό, προκύπτει μια νέα ισότητα. Δηλαδή, αν  $a = b$ , τότε  $a + \gamma = b + \gamma$

#### Παράδειγμα:

$$\text{Αν } a = b, \text{ τότε } a + 2 = b + 2$$

- Αν αφαιρέσουμε και από τα δύο μέλη μιας ισότητας τον ίδιο αριθμό, προκύπτει μια νέα ισότητα. Δηλαδή, αν  $a = b$ , τότε  $a - \gamma = b - \gamma$

#### Παράδειγμα:

$$\text{Αν } a = b, \text{ τότε } a - 3 = b - 3$$

- Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη μιας ισότητας με τον ίδιο αριθμό, προκύπτει μια νέα ισότητα. Δηλαδή, αν  $a = b$ , τότε  $a\gamma = b\gamma$

#### Παράδειγμα:

$$\text{Αν } a = b, \text{ τότε } 5a = 5b$$

- Αν διαιρέσουμε και τα δύο μέλη μιας ισότητας με τον ίδιο αριθμό (διάφορο του μηδενός), προκύπτει μια νέα ισότητα. Δηλαδή, αν  $a = b$ , τότε  $a \div \gamma = b \div \gamma$ ,  $\gamma \neq 0$

#### Παράδειγμα:

$$\text{Αν } a = b, \text{ τότε } a \div 4 = b \div 4$$

1. Να συμπληρώσετε την πιο κάτω ισότητα, χρησιμοποιώντας τους αριθμούς:  
82, 25, 15, 18 και 60

$$\square + \square = \square + \square + \square$$

**Λύση:**

$$82 + 18 = 60 + 25 + 15$$

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

2. Να εξετάσετε την ορθότητα των πιο κάτω συλλογισμών. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(α) Αν  $8 + 2 = 10$ , τότε  $(8 + 2) + 3 = 10 + 3$ .

(β) Αν  $5 \cdot 3 = 15$ , τότε  $(5 \cdot 3) - 8 = 15 + 8$ .

**Λύση:**

(α) Ο συλλογισμός είναι ορθός, γιατί έχει προστεθεί ο αριθμός 3 και στα δύο μέλη της ισότητας. Άρα, προκύπτει μια νέα ισότητα.

(β) Ο συλλογισμός είναι λανθασμένος, γιατί από το ένα μέλος της ισότητας έχει αφαιρεθεί ο αριθμός 8, ενώ στο άλλο μέλος της ισότητας έχει προστεθεί ο αριθμός 8. Άρα, δεν προκύπτει νέα ισότητα.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

3. Ο Δημήτρης υποστηρίζει ότι «Αν  $\alpha + 5 = \beta + 5$ , τότε  $\alpha = \beta$ ». Είναι ορθός ο συλλογισμός του Δημήτρη; Να επεξηγήσετε.

**Λύση:**

Ο συλλογισμός του Δημήτρη είναι ορθός γιατί:

$$\alpha + 5 - 5 = \beta + 5 - 5$$

$$\alpha + \cancel{5} - \cancel{5} = \beta + \cancel{5} - \cancel{5}$$

$$\alpha = \beta$$

## ΔΡ.1

Να γράψετε ισότητες, χρησιμοποιώντας τους αριθμούς που δίνονται.

(α) **50, 125, 100, 25**



Υποβολή

(β) **199, 1, 2, 200**



Υποβολή

(γ) **42, 82, 25, 15**



Υποβολή

(δ) **5, 4, 2, 3, 9**



Υποβολή

## ΔΡ.2

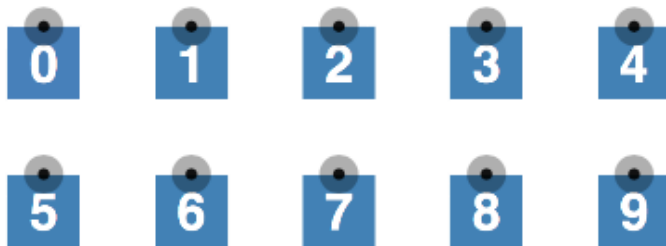
Να τοποθετήσετε μία κάρτα σε κάθε κουτί, ώστε να ισχύουν οι ισότητες. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το άδειο πλαίσιο στα δεξιά για πρόχειρες σημειώσεις.



$$7 + 1 = \square \times \square$$

$$6 + 3 = \square + \square$$

$$9 - \square = \square$$







### ΔΡ.3

Να επιλέξετε όλες τις προτάσεις που είναι ορθές.

*Πατώντας στο κουμπί που βρίσκεται στο πάνω μέρος της οθόνης, μπορείτε να ελέγξετε κατά πόσο είναι ορθή η απάντησή σας.*

☐ Αν  $4 + 5 = 9$ , τότε  $(4 + 5) + 10 = 9 + 10$

☐ Αν  $18 - 3 = 15$ , τότε  $(18 - 3) - 7 = 15 + 7$

☐ Αν  $2 \cdot 5 = 10$ , τότε  $(2 \cdot 5) \cdot 3 = 10 \cdot 3$

☐ Αν  $7 + 9 = 2 \cdot 8$ , τότε  $\frac{(7 + 9)}{4} = (2 \cdot 8) \cdot 4$




Υποβολή

Αν  $a = \beta + 5$ , τότε  $2a = 2\beta + 10$ .



ΔΡ.4

Είναι ορθός ο συλλογισμός της Νίκης; Να επεξηγήσετε.



Υποβολή

## ΕΞΑΣΚΗΣΗ

Να κάνετε τις Δραστηριότητες 5 και 6 στη σελίδα 56 του βιβλίου σας.

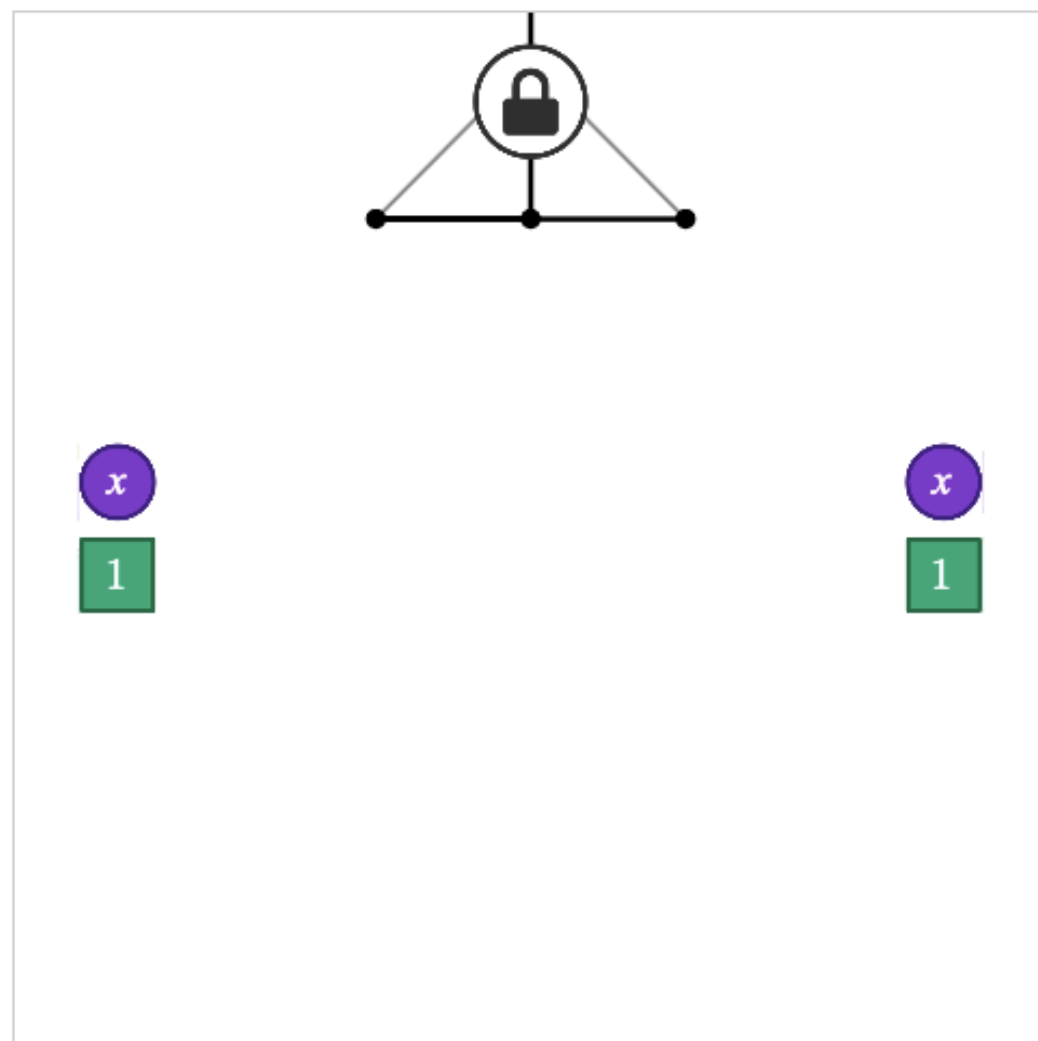
# Μάθημα 4

## ΣΤΟΧΟΣ

Οι μαθητές/τριες:




1. Να μεταφράζουν λεκτικά προβλήματα που περιλαμβάνουν έναν άγνωστο σε εξισώσεις και το αντίστροφο.

## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ



(α) Να τοποθετήσετε αντικείμενα στη ζυγαριά, για να σχηματίσετε μια ισότητα.

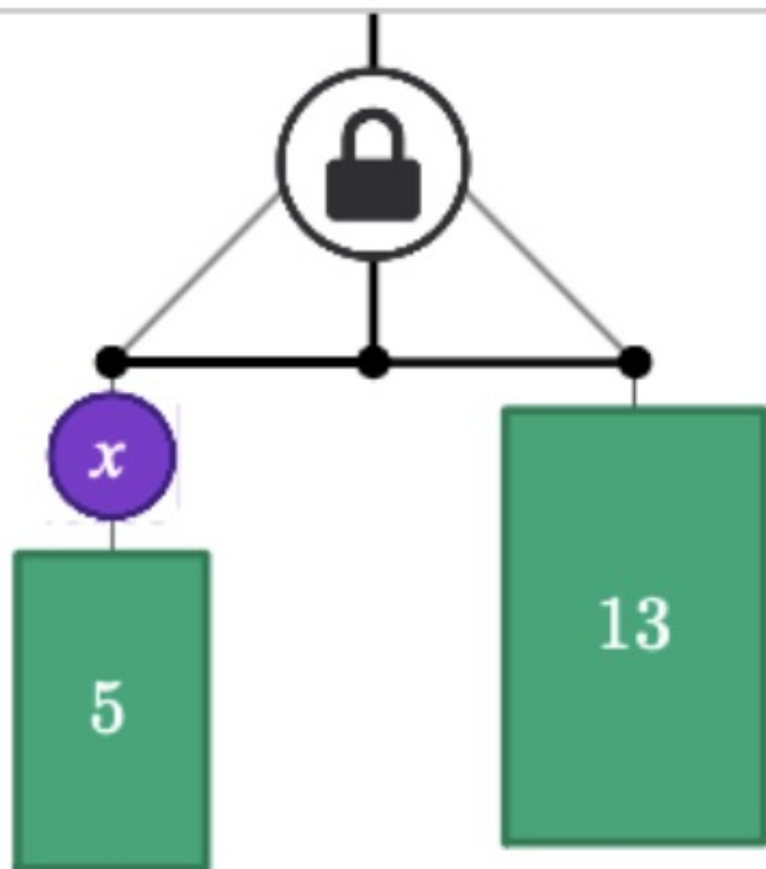
(β) Να περιγράψετε την ισότητα που έχετε σχηματίσει.



Υποβολή απάντησης

(γ) Τι αναπαριστά το  $x$  στην ισότητα που έχετε σχηματίσει;

## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ



Η ισότητα που παρουσιάζεται στη διπλανή ζυγαριά περιλαμβάνει την μεταβλητή  $x$ .

Η ισότητα που περιέχει τουλάχιστον μία μεταβλητή ονομάζεται **εξίσωση**.

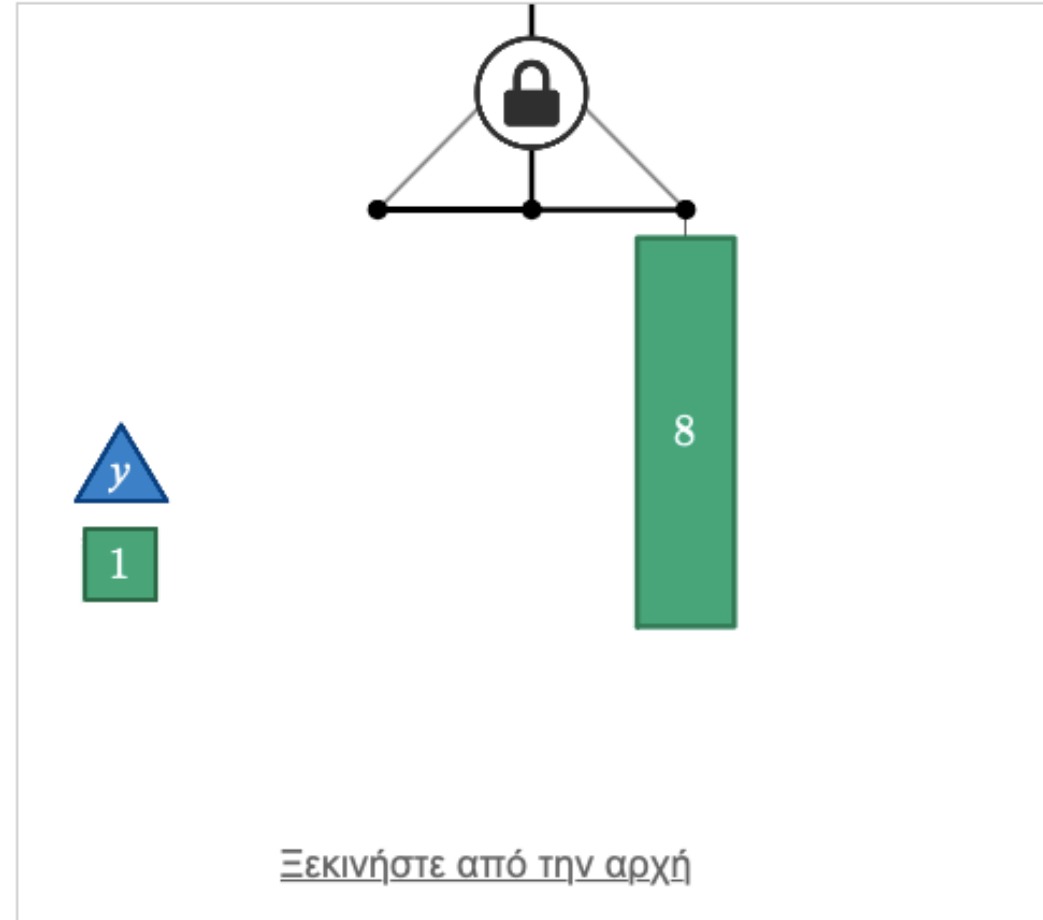
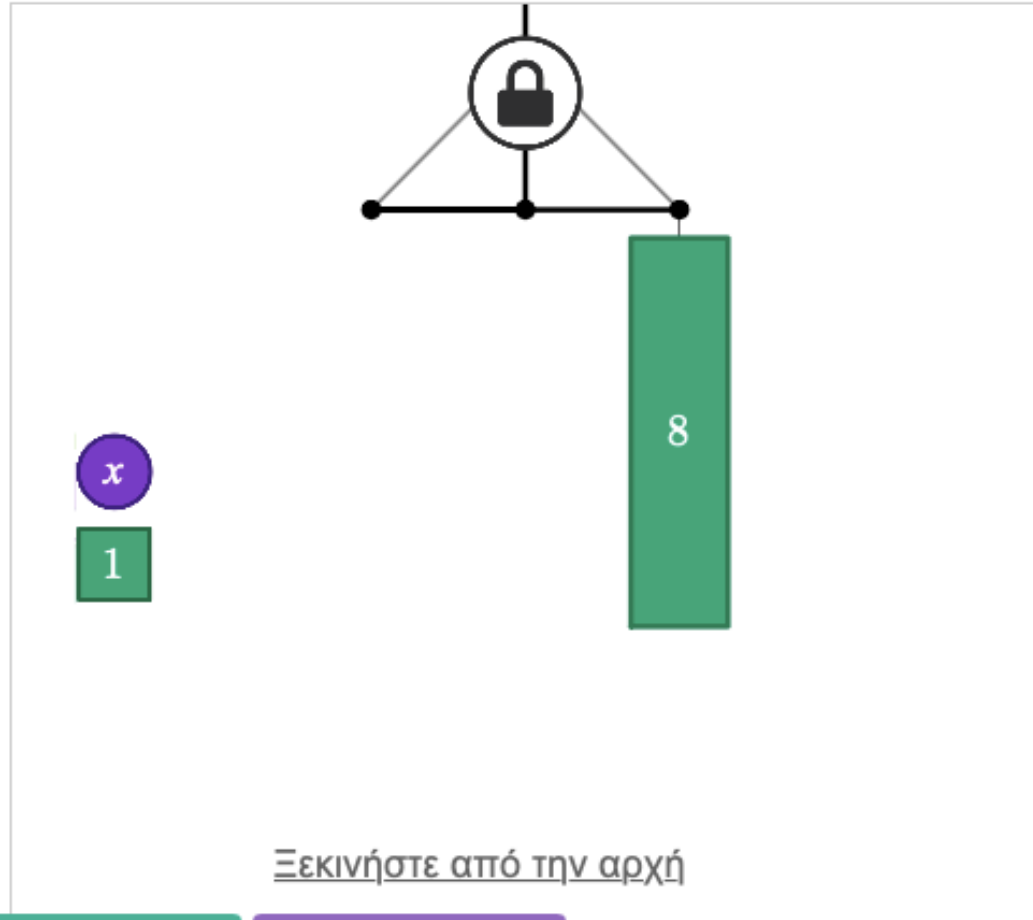
Η μεταβλητή της εξίσωσης ονομάζεται και **άγνωστος** της εξίσωσης.

## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

(γ) Να αναπαραστήσετε στη ζυγαριά την εξίσωση  $5x = 8$

.

(δ) Να αναπαραστήσετε στη ζυγαριά την εξίσωση  $5 + y = 8$ .



## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ



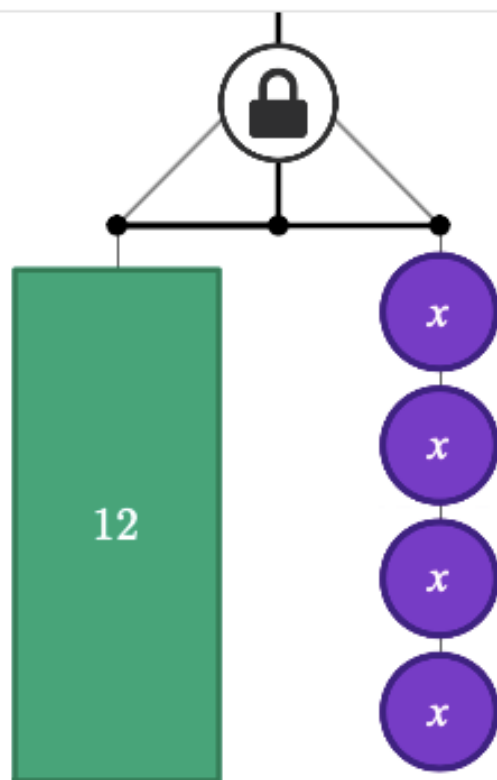
(ε) Να επιλέξετε την εξίσωση που αναπαριστά η ζυγαριά.

$$12 + x = 4$$

$$12 = 4x$$

$$12 = x + 4$$

$$12 = x + x + x + x$$

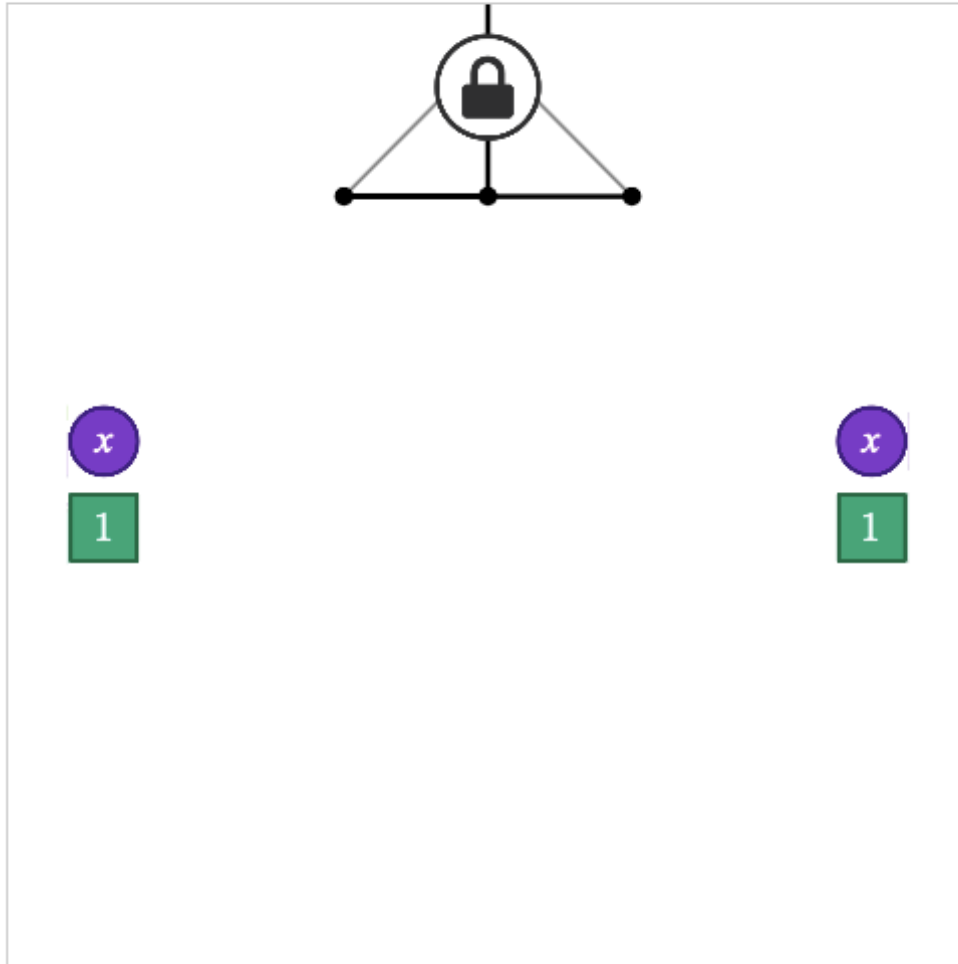




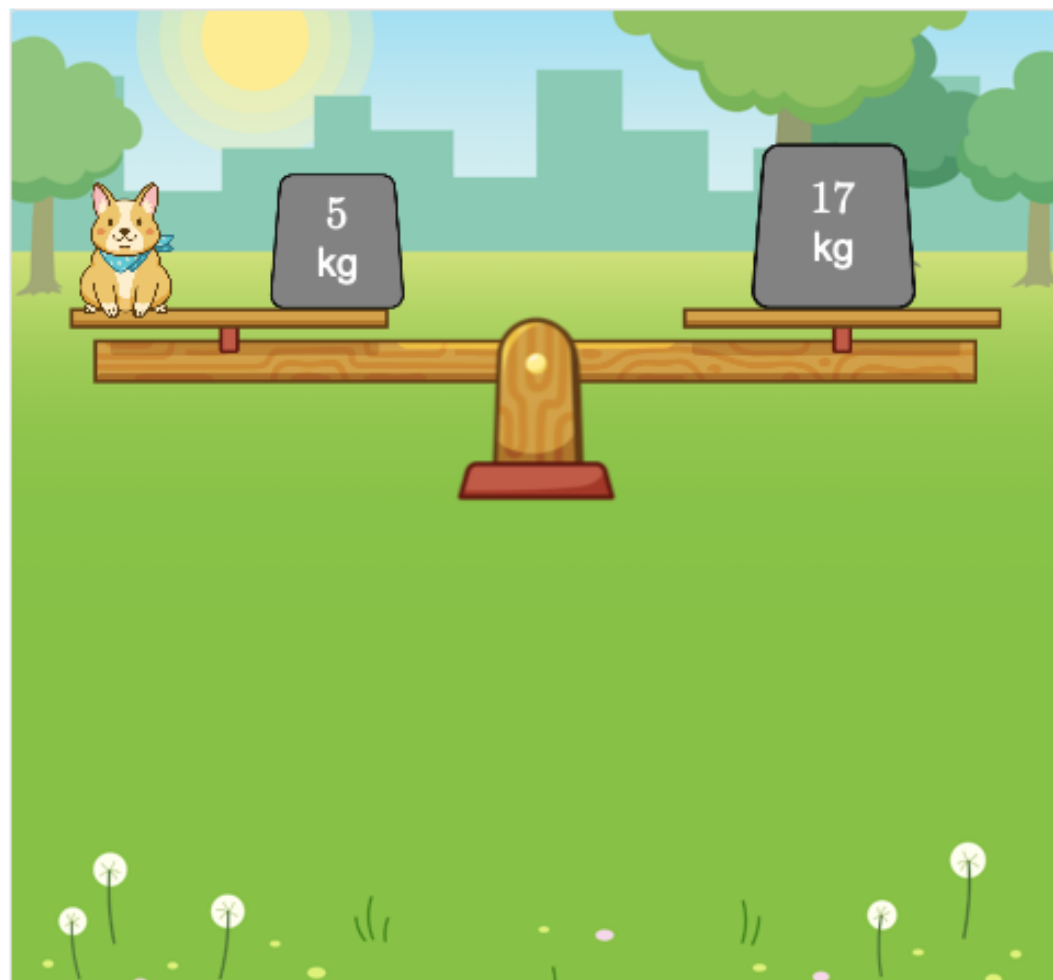
## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

(στ) Να αναπαραστήσετε στη ζυγαριά την εξίσωση  
 $6 = x + 2$ .

Έλεγχος






## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



(α) Η Δανάη εργάστηκε με τον πιο κάτω τρόπο, για να αναπαραστήσει τη σχέση που παρουσιάζεται στη διπλανή τραμπάλα.

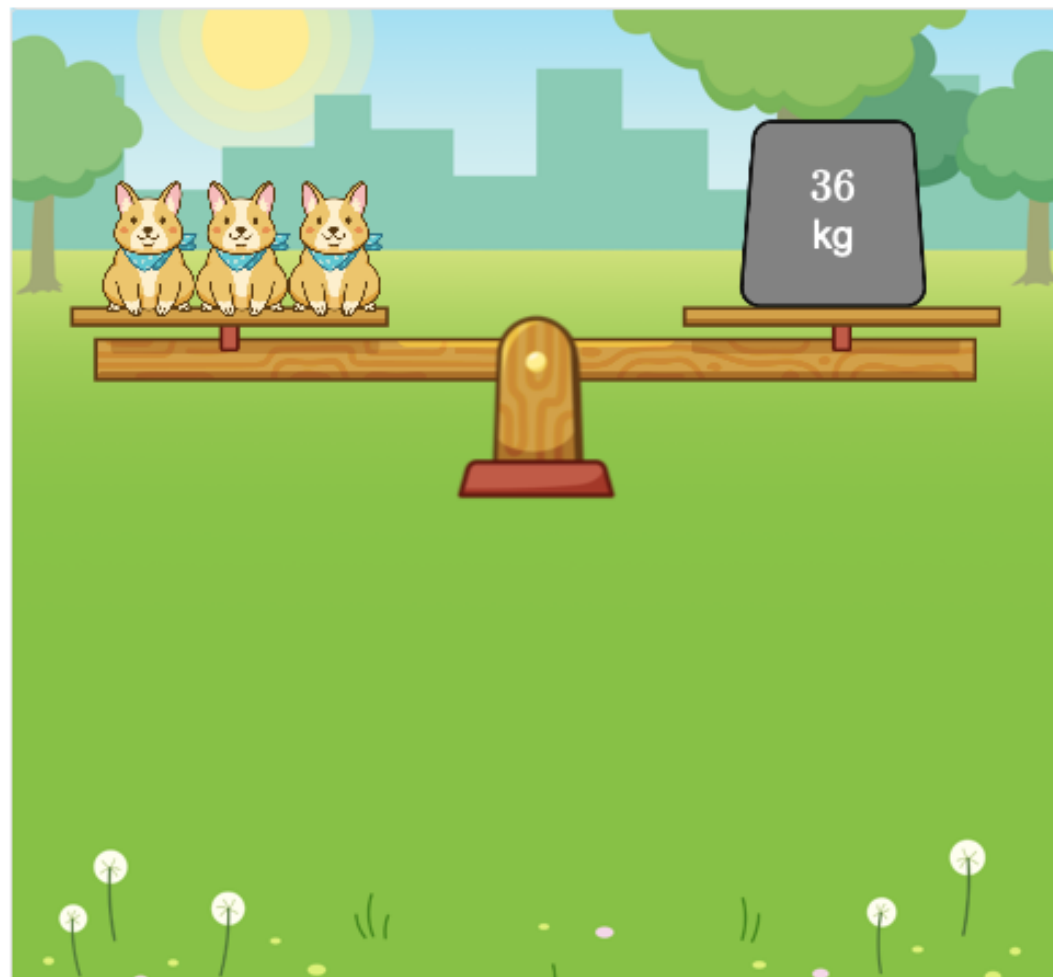
$$x + 5 = 17$$

Να εξηγήσετε τον τρόπο σκέψης της Δανάης.



Υποβολή

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



(β) Κάθε σκυλάκι στη διπλανή τραμπάλα ζυγίζει το ίδιο. Ποια από τις πιο κάτω εξισώσεις αναπαριστά τη σχέση που παρουσιάζεται στην τραμπάλα;

(Να επιλέξετε όλες τις ορθές απαντήσεις.)

☐  $x + 3 = 36$

☐  $x + x = 36$

☐  $3x = 36$

☐  $3x + 6 = 36$

Υποβολή

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

(γ) Να αντιστοιχίσεις κάθε πρόβλημα με την εξίσωση που ταιριάζει.

$$x + 30 = 80$$

$$2x + 30 = 80$$

$$2x = 80$$

Ο Πάνος αγόρασε 2 ίδια πουκάμισα και ένα παντελόνι που κόστιζε €30. Πλήρωσε συνολικά €80. Πόσο κόστιζε κάθε πουκάμισο;

Η Χάρις έχει διπλάσια χρήματα στο πορτοφόλι της από την Ελένη. Πόσα χρήματα έχει η Ελένη, αν η Χάρις έχει στο πορτοφόλι της €80;

Ο παππούς της Αγγελικής είναι 30 χρόνια μεγαλύτερος από την Αγγελική. Πόσο χρονών είναι η Αγγελική, αν ο παππούς της είναι 80 χρονών;

## Δρ.1

Να γράψετε την εξίσωση που ταιριάζει σε κάθε λεκτική έκφραση.

Λεκτική έκφραση	Εξίσωση
Το άθροισμα ενός αριθμού με το 19 είναι ίσο με 47.	
Το πενταπλάσιο ενός αριθμού είναι ίσο με 125.	
Η διαφορά του 7 από έναν αριθμό είναι ίση με 94.	
Το πηλίκο ενός αριθμού διά 3 είναι ίσο με 18.	
Το άθροισμα του διπλάσιου ενός αριθμού και του 8 είναι ίσο με 36.	

## Δρ.2

Να επιλέξετε την εξίσωση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Η Ιωάννα αγόρασε 5 παιδικά εισιτήρια για το υδρόπαρκο. Κάθε εισιτήριο κόστιζε  $\psi$  ευρώ. Συνολικά πλήρωσε €75. Ποια ήταν η τιμή του κάθε εισιτηρίου;

☐  $75 - \psi = 5$

☐  $75 = \psi + 5$

☐  $5\psi = 75$

(β) Το προσδόκιμο ζωής του λιονταριού είναι  $v$  χρόνια. Το προσδόκιμο ζωής της τίγρης είναι 22 χρόνια και είναι κατά 14 χρόνια μικρότερο από το προσδόκιμο ζωής του λιονταριού. Πόσο είναι το προσδόκιμο ζωής του λιονταριού;

☐  $v - 14 = 22$

☐  $v + 14 = 22$

☐  $\frac{22}{v} = 14$

## Δρ.2

(γ) Ο Φοίβος έχει  $v$  ευρώ. Η Μαρίνα έχει διπλάσια χρήματα στο πορτοφόλι της από τον Φοίβο. Η Χριστίνα έχει €20 περισσότερα από τη Μαρίνα. Αν η Χριστίνα έχει €100, πόσα χρήματα έχει ο Φοίβος;

☐  $\frac{2v}{20} = 100$

☐  $2v - 20 = 100$

☐  $2v + 20 = 100$

## ΜΙΚΡΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

(γ) Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση με το πρόβλημα που ταιριάζει.

Το επταπλάσιο του αριθμού  $\kappa$  είναι ίσο με 35.

$$7\kappa = 35$$

$$\kappa + 7 = 35$$

Ο Χάρης είχε μια κορδέλα με μήκος  $\kappa$  εκατοστόμετρα. Έκοψε από την κορδέλα ένα μικρότερο κομμάτι με μήκος 7 cm. Το κομμάτι που περίσσεψε έχει μήκος 35 cm. Πόσο ήταν το αρχικό μήκος

Ο Παύλος χρειάζεται  $\kappa$  λεπτά, για να πάει από το σπίτι του στο σχολείο με τα πόδια. Ο Νίκος χρειάζεται 7 λεπτά περισσότερα. Πόσα λεπτά χρειάζεται ο Παύλος, αν ο Νίκος χρειάζεται 35 λεπτά;

$$\kappa - 7 = 35$$

Teacher Moves

Sample Responses



## ΕΞΑΣΚΗΣΗ

Να επιλέξετε την εξίσωση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Η Μαριλία έχει μια κορδέλα με μήκος  $\chi$  εκατοστόμετρα. Την έκοψε σε 5 ίσα κομμάτια που το καθένα είχε μήκος 60 cm. Ποιο ήταν το μήκος της κορδέλας;

☐  $\frac{60}{\chi} = 5$

☐  $\chi + 5 = 60$

☐  $\frac{\chi}{5} = 60$

(β) Η Κατερίνα έχει €3 περισσότερα από την Ελένη. Το άθροισμα των χρημάτων των δύο κοριτσιών είναι €15. Πόσα χρήματα έχει η Ελένη;

☐  $2\chi + 3 = 15$

☐  $3\chi = 15$

☐  $\frac{\chi}{3} = 15$

# Μαθήματα 5 και 6

## ΣΤΟΧΟΙ

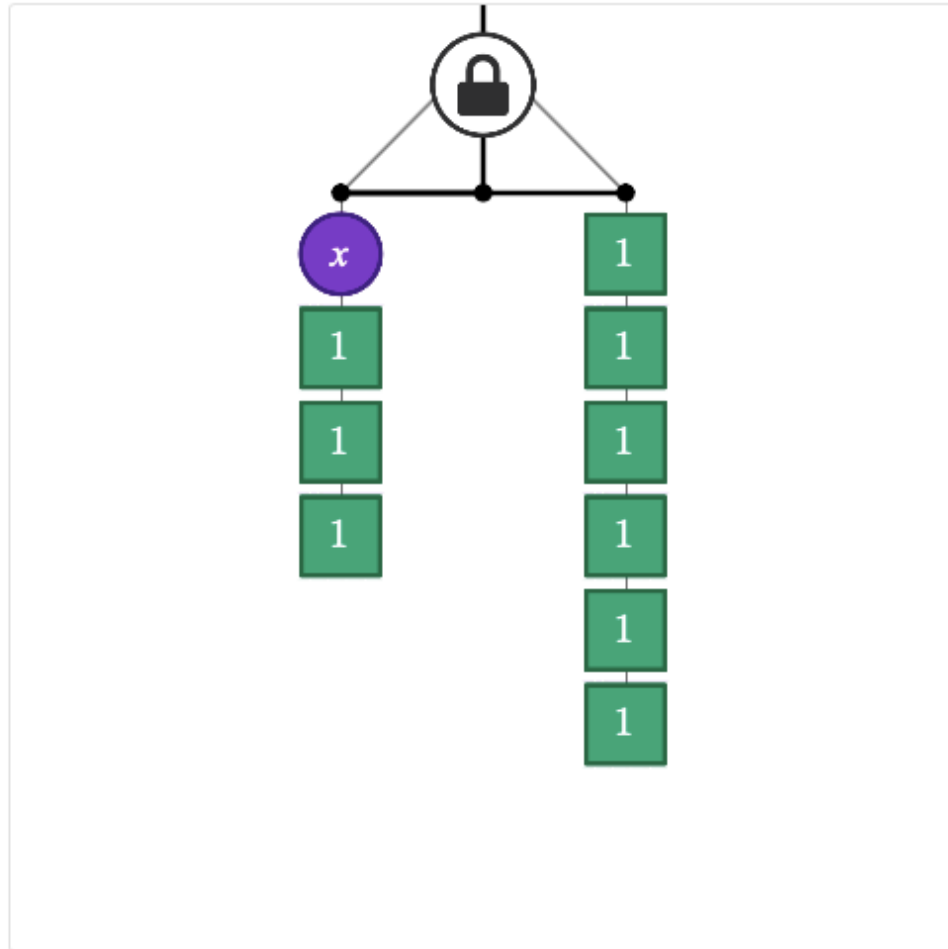
Οι μαθητές/τριες:

1. Να χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των ισοτήτων, για να επιλύσουν εξισώσεις.
2. Να επιλύουν εξισώσεις ενός βήματος (π.χ.  $x + 6 = 23$ ).
3. Να επιλύουν εξισώσεις δύο βημάτων (π.χ.  $3x + 5 = 17$ ).

## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ



Η ζυγαριά ισορροπεί.



(α) Να γράψετε την εξίσωση που αναπαριστά η ζυγαριά.

(β) Με ποιο τρόπο μπορείτε να υπολογίσετε την τιμή του  $x$ ; Να δείξετε τη σκέψη σας στη ζυγαριά.

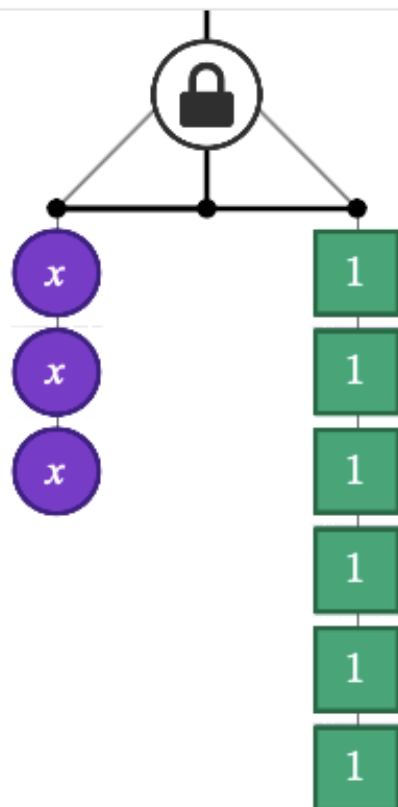
(γ) Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$  και να ελέγξετε την απάντησή σας.

Έλεγχος

## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ



Η ζυγαριά ισορροπεί.



(α) Να γράψετε την εξίσωση που αναπαριστά η ζυγαριά.

(β) Με ποιο τρόπο μπορείτε να υπολογίσετε την τιμή του  $x$ ; Να δείξετε τη σκέψη σας στη ζυγαριά.

(γ) Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$  και να ελέγξετε την απάντησή σας.

Έλεγχος

# ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Να πατήσετε στον πιο κάτω σύνδεσμο, για να μεταφερθείτε στο περιβάλλον της ψηφιακής πλατφόρμας Graspable και να κάνετε τη Διερεύνηση.

<https://gmacts.com/s/Q4C2G>

Να μελετήσετε το παράδειγμα που παρουσιάζεται πιο κάτω. Στη συνέχεια, να κάνετε την άσκηση.

insert

transform

keypad

scrub

draw

erase

arrange

undo

redo

smaller

larger

fullscreen

Παράδειγμα:

$$x + 2 = 9$$
$$x + 2 - 2 = 9 - 2$$
$$x + 0 = 9 - 2$$
$$x = 9 - 2$$
$$x = 7$$

Άσκηση: Να λύσετε την εξίσωση, όπως στο παράδειγμα.

$$x + 4 = 15$$

Add more space ↓

> Formulas

RESET

SUBMIT

## ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- **Εξίσωση** λέγεται μια ισότητα που περιέχει τουλάχιστον μία μεταβλητή. Η μεταβλητή της εξίσωσης ονομάζεται και **άγνωστος** της εξίσωσης.

### Παραδείγματα:

$$x + 5 = 8$$

$$80 - \psi = 53$$

$$3v + 7 = 28$$

ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- **Επίλυση εξίσωσης** λέγεται η διαδικασία που εφαρμόζουμε, για να βρούμε τη λύση της εξίσωσης.
- **Λύση της εξίσωσης** είναι ο αριθμός που, όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.

# ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Παραδείγματα:

$$a - 15 = 40$$

Λύση:

$$a - 15 = 40$$

$$a - \cancel{15} + \cancel{15} = 40 + 15$$

$$a = 55$$

Επαλήθευση:

$$55 - 15 = 40$$

Άρα, η λύση της εξίσωσης είναι  
 $a = 55$ .

$$8x = 72$$

Λύση:

$$8x = 72$$

$$\frac{\cancel{8}x}{\cancel{8}} = \frac{72}{8}$$

$$x = 9$$

Επαλήθευση:

$$8 \cdot 9 = 72.$$

Άρα, η λύση της εξίσωσης είναι  
 $x = 9$ .

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Να βάλετε σε κύκλο τον αριθμό που είναι η λύση της πιο κάτω εξίσωσης.

$$x + 27 = 32$$

4   9   3   5   10

Λύση:

$$x + 27 = 32$$

4   9   3   5   10

Η λύση της εξίσωσης είναι το 5.

Άρα,  $x = 5$

Αντικαθιστούμε το  $x$  με τους αριθμούς 4, 9, 3, 5 και 10. Ο αριθμός που επαληθεύει την εξίσωση είναι το 5:

$$5 + 27 = 32$$

2. Να επιλύσετε την εξίσωση  $x + 28 = 35$  και να την επαληθεύσετε.

Λύση:

$$x + 28 = 35$$

$$x + \cancel{28} - \cancel{28} = 35 - 28$$

$$x = 7$$

Επαλήθευση:

$$7 + 28 = 35$$

Αφαιρούμε και από τα δύο μέλη της ισότητας τον αριθμό 28, ώστε να υπολογίσουμε την τιμή του  $x$ .

Για να επαληθεύσουμε την εξίσωση, αντικαθιστούμε τιμή του  $x$  με το 7.



## ΔΡ. 1

Να σημειώσετε + στον αριθμό που είναι η λύση κάθε εξίσωσης.

Εξίσωση	1	2	3	4	5	9
$x + 3 = 5$						
$\psi - 4 = 5$						
$12 - \kappa = 11$						
$3\beta = 12$						
$5\alpha + 3 = 13$						
$\gamma + 13 = 18$						
$4\nu - 5 = 31$						

## ΔΡ. 2

Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση με τη λύση της.

$$24 = v + 11$$

$$\frac{v}{3} = 5$$

$$v = 19$$

$$1,5 + 0,5 = v$$

$$v = 45$$

$$v = 2$$

$$v = 13$$

$$v + 14 = 36$$

$$v + 13 = 32$$

$$v = 22$$

$$v = 15$$

$$v = \frac{56}{8}$$

$$9 = \frac{v}{5}$$

$$v = 7$$

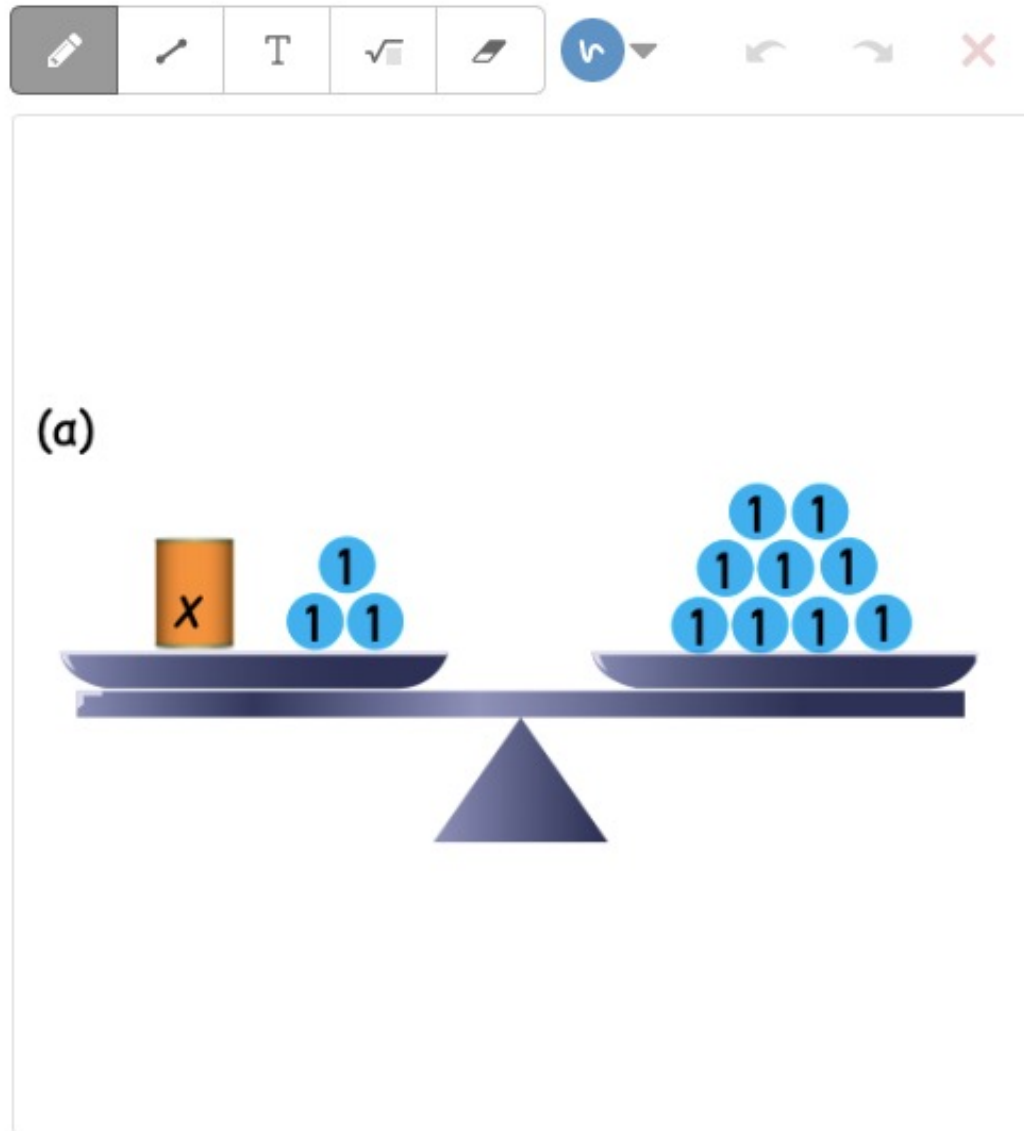
### ΔΡ. 3

(α) Να γράψετε την εξίσωση που αναπαριστά η ζυγαριά και να την επιλύσετε.

**Εξίσωση:**

**Λύση:**

Υποβολή



## ΔΡ. 4

Να κάνετε τη Δραστηριότητα 3 στη σελίδα 25 του βιβλίου σας.

## ΕΞΑΣΚΗΣΗ

Να κάνετε τις δραστηριότητες 9, 10 και 11 στις σελίδες 58-59 του βιβλίου σας.