

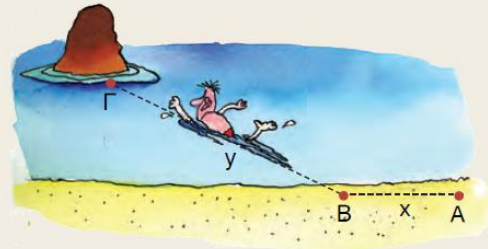
## Ο ΧΡΟΝΟΣ ΚΟΛΥΜΒΗΣΗΣ

Γαραντζιώτη Α. (559),  
Διαμαντή Ν. (562),  
Μέμτσας Δ. (572),  
Στάμου Α. (589)

### 1) Επιλογή/Τροποποίηση προβλήματος:

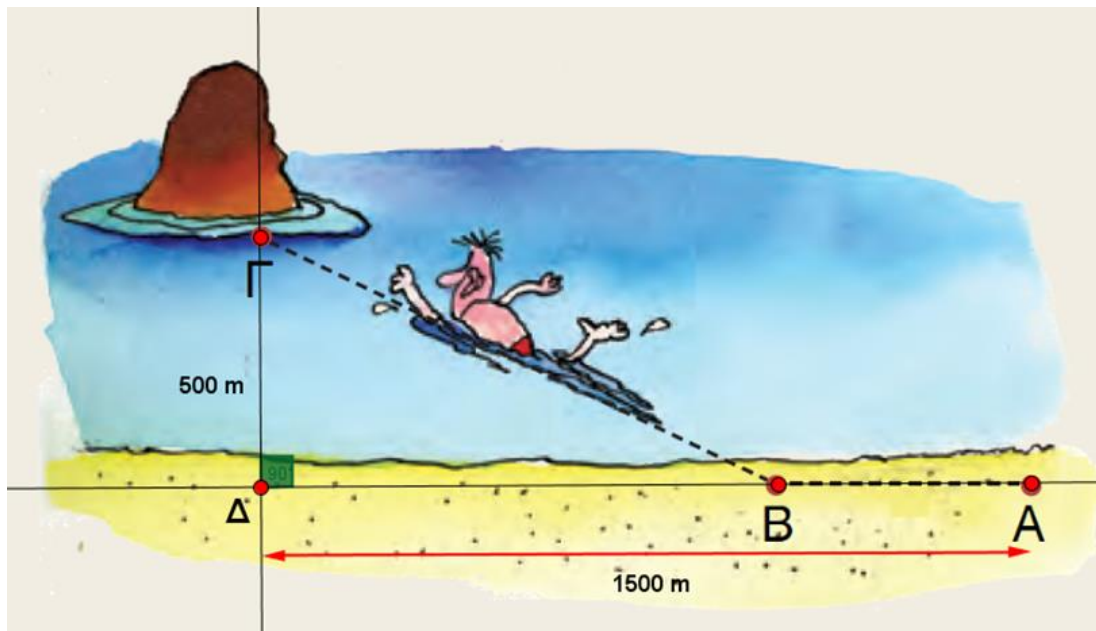
Το πρόβλημα 3 είναι τροποποίηση του προβλήματος 7 του σχολικού βιβλίου (Γ' τάξη, σελίδα 127), που παρουσιάζεται στη συνέχεια στο γκρι πλαίσιο.

- 7 Κάποιος περπάτησε από το σημείο Α στο σημείο Β με ταχύτητα 4 km/h και μετά κολύπησε με ταχύτητα 2 km/h μέχρι να φτάσει στο σημείο Γ. Αν ο συνολικός χρόνος που μεσολάβησε μέχρι να φτάσει στο σημείο Γ είναι μια ώρα, τότε:
- Να βρείτε τη γραμμική εξίσωση με την οποία συνδέονται οι αποστάσεις  $x$ ,  $y$ .
  - Αν περπάτησε 3 km, πόσο χρόνο κολύπησε;



Το πρόβλημα του σχολικού βιβλίου από κλειστό πρόβλημα έγινε **ανοιχτό πρόβλημα μοντελοποίησης** ως εξής:

Κάποιος περπάτησε από το σημείο Α στο σημείο Β με ταχύτητα 4 km/h και μετά κολύπησε με ταχύτητα 2 km/h, μέχρι να φτάσει στο σημείο Γ (βλέπε σχήμα). Δίνονται οι αποστάσεις  $\Gamma\Delta = 500$  m και  $\Delta A = 1500$  m. Αν οι ταχύτητες κολύμβησης και βαδίσματος παραμένουν ίδιες, ποια διαδρομή πρέπει να ακολουθήσει, ώστε ο χρόνος επιστροφής του από το σημείο Γ στο Α να είναι ο πιο σύντομος;



**Ταξινόμηση του προβλήματος:** Με βάση τα παρακάτω κριτήρια το πρόβλημα:

α) ως προς την **περιοχή του πραγματικού κόσμου** (1<sup>η</sup> ταξινόμηση), ταξινομείται στην καθημερινή ζωή.

β) ως προς την **εφαρμογή με τις επίσημες προδιαγραφές του προγράμματος σπουδών** (2<sup>η</sup> ταξινόμηση), εντάσσεται στη διδασκαλία της Β' Γυμνασίου στις θεματικές περιοχές του Πυθαγορείου Θεωρήματος και των Συναρτήσεων. Η υλοποίησή του τοποθετείται προς το τέλος του διδακτικού έτους και έχει το πλεονέκτημα ότι σ' αυτό εμπλέκονται οι δύο από τις σημαντικότερες θεματικές περιοχές διδασκαλίας αυτής της τάξης. Κρίνεται απαραίτητη η χρήση Η/Υ για τους αριθμητικούς υπολογισμούς, οι οποίοι θα μπορούσαν να γίνουν πιο εύκολα με κάποιο φύλλο εργασίας (EXCEL). Για το λόγο αυτό το μάθημα θα μπορούσε να γίνει είτε στο εργαστήριο Η/Υ είτε μέσα στην τάξη με χρήση φορητού Η/Υ για κάθε μία από τις ομάδες εργασίας, στις οποίες θα έχουν χωριστεί οι μαθητές.

γ) ως προς το **άνοιγμα του έργου** (3<sup>η</sup> ταξινόμηση), με την παρούσα διατύπωση επιδέχεται μοναδική λύση, θα μπορούσε όμως να γίνει ανοικτό με μία διαφορετική διατύπωση του ερωτήματος: «*Ο κολυμβητής, ενώ κολυμπά γύρω από το νησάκι, βλέπει να πλησιάζει απειλητικά στο βάθος ένα μπουρίνι. Αποφασίζει λοιπόν να επιστρέψει στο σημείο Α, όπου έχει αφήσει τα πράγματά του όσο το δυνατόν πιο γρήγορα. Αν το μπουρίνι ξεσπάσει σε ... λεπτά, θα προφτάσει να επιστρέψει στο σημείο Α πιο πριν;*» Στην περίπτωση αυτή δεν δίνονται οι ταχύτητες κολύμβησης και τρεξίματος, οπότε οι μαθητές θα πρέπει να εξετάσουν διαφορετικά σενάρια, αναλογιζόμενοι ερωτήματα, όπως: «*Ποια είναι η μεγαλύτερη ταχύτητα κολύμβησης ή δρόμου που μπορεί να επιτύχει ο άνθρωπος;*», «*Μήπως ο κολυμβητής είναι κουρασμένος και δε θα μπορέσει να πάει πιο γρήγορα*» κλπ.

δ) ως προς τη **σχετικότητα με τους μαθητές** (4η ταξινόμηση), η κατάσταση και το πρόβλημα κρίνονται ρεαλιστικά για τους μαθητές, γιατί αναφέρονται στο κολύμπι, που είναι για αυτούς μια ευχάριστη δραστηριότητα, και

ε) ως προς τη **μαθηματική περιοχή** (5η ταξινόμηση), το έργο έχει το πλεονέκτημα ότι συνδυάζει δύο μαθηματικές περιοχές, τη Γεωμετρία και την Άλγεβρα.

## 2) Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές:

Για τη διδασκαλία του προβλήματος κρίνεται απαραίτητη η χρήση Η/Υ για τους αριθμητικούς υπολογισμούς, οι οποίοι θα μπορούσαν να γίνουν πιο εύκολα με κάποιο φύλλο εργασίας (EXCEL). Για το λόγο αυτό το μάθημα θα μπορούσε να γίνει είτε στο εργαστήριο Η/Υ είτε μέσα στην τάξη με χρήση φορητού Η/Υ για κάθε μία από τις ομάδες εργασίας, στις οποίες θα έχουν χωριστεί οι μαθητές. Μετά την παρουσίαση του προβλήματος οι μαθητές θα πρέπει να καταγράψουν τα δεδομένα του προβλήματος και τα επιμέρους στοιχεία που θα πρέπει να υπολογίσουν, ώστε να εκφράσουν το συνολικό χρόνο επιστροφής στο ζητούμενο σημείο της ακτής. Τα στοιχεία αυτά προκύπτουν από τις πιθανές διαδρομές από το σημείο Γ στο σημείο Α και τις διανυόμενες αποστάσεις στη θάλασσα και την ακτή.

Επομένως, στην πρώτη φάση της λύσης του προβλήματος οι μαθητές εκφράζουν με μαθηματικό τρόπο τις διανυόμενες αποστάσεις. Για το σκοπό αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν μία μεταβλητή  $x$ , για να εκφράσουν την απόσταση του σημείου Β από το Δ. Στη συνέχεια με τη βοήθεια του  $x$  μπορούν να εκφράσουν τις αποστάσεις ΓΒ και ΒΑ:

$$\Gamma B = \sqrt{500^2 + x^2}, \quad B A = 1500 - x$$

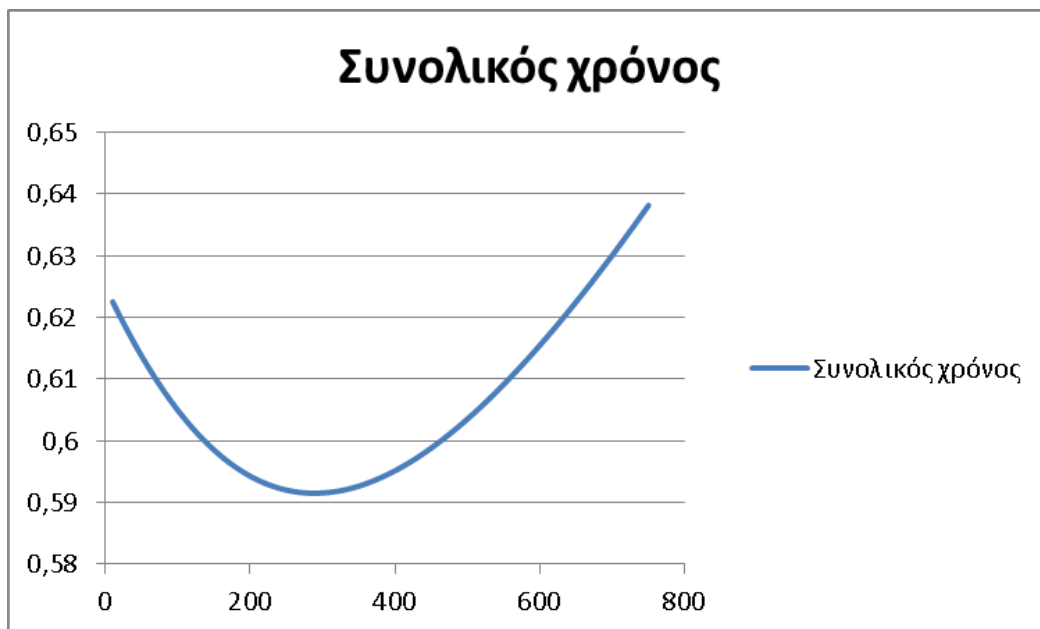
Στη δεύτερη φάση οι μαθητές θα πρέπει να εκφράσουν τους χρόνους για την κάθε επιμέρους απόσταση, που προκύπτουν με τη βοήθεια των ταχυτήτων που δίνονται στην εκφώνηση:

$$t_1 = \frac{\sqrt{500^2 + x^2}}{2000} \quad \text{και} \quad t_2 = \frac{1500 - x}{4000}$$

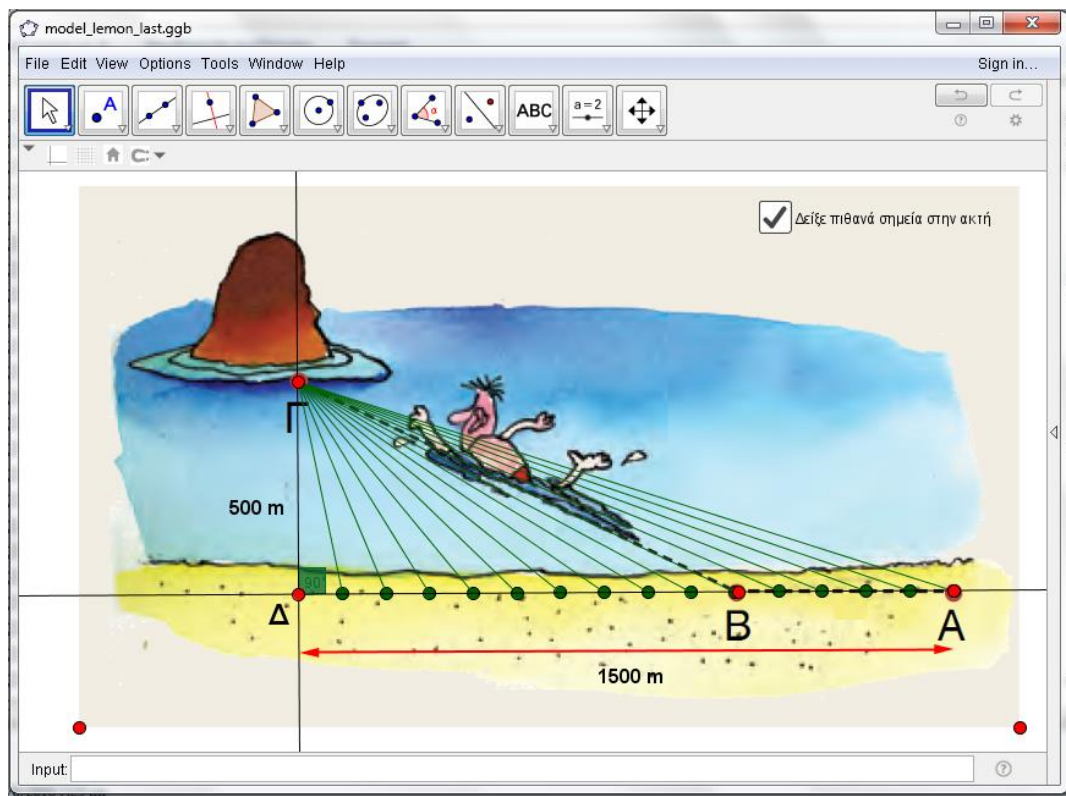
Στην τρίτη φάση οι μαθητές με χρήση λογισμικού υπολογίζουν τους επιμέρους χρόνους  $t_1$  και  $t_2$  και ψάχνουν το σημείο της ακτής, για το οποίο το άθροισμα  $t_1 + t_2$  γίνεται ελάχιστο. Εδώ θα πρέπει οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν το λογισμικό EXCEL, για να υπολογίσουν τους συνολικούς χρόνους ανάλογα με το υποτιθέμενο σημείο της ακτής, στο οποίο πρωτοβγαίνει ο κολυμβητής.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Σημείο στην ακτή	Χρόνος κολύμβησης		Διάστημα στην ακτή	Χρόνος στην ακτή		Συνολικός χρόνος
20	190	0,267441582		1310	0,3275		0,5949416
21	200	0,26925824		1300	0,325		0,5942582
22	210	0,271154937		1290	0,3225		0,5936549
23	220	0,273130006		1280	0,32		0,59313
24	230	0,275181758		1270	0,3175		0,5926818
25	240	0,277308492		1260	0,315		0,5923085
26	250	0,279508497		1250	0,3125		0,5920085
27	260	0,281780056		1240	0,31		0,5917801
28	270	0,284121453		1230	0,3075		0,5916215
29	280	0,286530976		1220	0,305		0,591531
30	290	0,28900692		1210	0,3025		0,5915069
31	300	0,291547595		1200	0,3		0,5915476
32	310	0,294151322		1190	0,2975		0,5916513
33	320	0,296816442		1180	0,295		0,5918164
34	330	0,299541316		1170	0,2925		0,5920413
35	340	0,302324329		1160	0,29		0,5923243
36	350	0,30516389		1150	0,2875		0,5926639
37	360	0,308058436		1140	0,285		0,5930584
38	370	0,311006431		1130	0,2825		0,5935064

Οι μαθητές, μετά την καταγραφή των χρόνων, μπορεί να απεικονίσουν γραφικά τη συνάρτηση που εκφράζει το συνολικό χρόνο ως προς το σημείο, στο οποίο βγαίνει ο κολυμβητής. Με τη γραφική αυτή απεικόνιση γίνεται φανερή η σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη, και το ζητούμενο σημείο είναι το σημείο ελαχίστου.



Ο εκπαιδευτικός μπορεί να έχει προετοιμάσει κατάλληλη γραφική απεικόνιση των πιθανών διαδρομών του κολυμβητή, την οποία θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει, όταν το κρίνει απαραίτητο ανάλογα με την πορεία της διδασκαλίας.



Η διδασκαλία του μαθήματος μπορεί να γίνει και με χρήση καταλλήλου φύλλου εργασίας με ανάλογα ερωτήματα για την κάθε φάση της λύσης του προβλήματος.

### 3) Περιγραφή τρόπων και μεθόδου διδασκαλίας αξιολόγησης των συμπεριφορών των μαθητών:

**α) Διαμορφωτική αξιολόγηση:** Η διαμορφωτική αξιολόγηση κατά τη διάρκεια της υλοποίησης του έργου μπορεί να γίνει με βάση κατάλληλες ερωτήσεις και υποδείξεις του εκπαιδευτικού, οι οποίες θα εξαρτηθούν από τις πραγματικές καταστάσεις που θα αντιμετωπίσει μέσα στην τάξη. Τα ερωτήματα - υποδείξεις θα μπορούσαν να είναι:

- Πώς θα μπορούσατε να υπολογίσετε την απόσταση της διαδρομής κολύμβησης από το νησάκι (σημείο Γ) προς κάποιο σημείο της ακτής;
- Πώς μπορεί να υπολογιστεί ο χρόνος στον οποίο κάποιος διήνυσε μία απόσταση με γνωστή ταχύτητα;
- Θα συνέφερε στον κολυμβητή να κολυμπήσει κατευθείαν από το σημείο Γ στο Α ή όχι και γιατί;
- Σε πόσο χρόνο θα διανυθεί η διαδρομή ΓΔΑ;
- Δοκιμάστε να υπολογίσετε το χρόνο για διαφορετικά σημεία στην ακτή μεταξύ των σημείων Δ και Α.
- Μπορείτε να απεικονίσετε γραφικά τους χρόνους που βρήκατε ως προς τα σημεία της ακτής που επιλέξατε στο προηγούμενο ερώτημα; Τι παρατηρείτε;

**β) Συγκριτική αξιολόγηση:** Οι απαντήσεις των μαθητών στο πρόβλημα μπορούν να κριθούν με βάση κριτήρια, όπως:

- Κατανόησαν το πρόβλημα.
- Δείχνουν τον τρόπο εργασίας τους.
- Δίνουν επαρκείς εξηγήσεις για τις υποθέσεις τους ή εξηγούν γιατί επέλεξαν ή απέρριψαν κάποιες πιθανές λύσεις.
- Υλοποίησαν σωστά τη μαθηματική μέθοδο που επέλεξαν.
- Παρουσιάζουν με σαφή τρόπο τα αποτελέσματά τους.
- Απαντούν στο τελικό ερώτημα.
- Αναρωτήθηκαν για τυχόν επέκταση του προβλήματος.