

Οι κονσέρβες

Κύρβη Δέσποινα – Ιωάννα

Σιάσου Δήμητρα

Τσιπουρά Φωτεινή

Πρόβλημα

1.1. Α΄ Μέρος (Επιλογή/ τροποποίηση /κατασκευή προβλήματος)

Πρωτότυπο πρόβλημα:(Β΄ Γυμνασίου: Μέρος Β, Κεφάλαιο 4, Ενότητα 4.2, πρόβλημα 9, σελ. 211).


9. Το κυλινδρικό κουτί μιας κονσέρβας έχει ύψος 12 cm και ακτίνα βάσης 3 cm. Το υλικό των βάσεων κοστίζει 0,5 € το τετραγωνικό μέτρο, ενώ το υλικό της παράπλευρης επιφάνειας κοστίζει 0,3 € το τετραγωνικό μέτρο. Πόσο θα κοστίζει το υλικό όταν πρόκειται να κατασκευάσουμε 1000;



Το παραπάνω πρόβλημα του σχολικού βιβλίου είναι ένα κλειστό πρόβλημα, το οποίο για την επίλυσή του απαιτεί την εκτέλεση συγκεκριμένων βημάτων. Το πρόβλημα αυτό τροποποιήθηκε ώστε να αποτελεί ανοιχτό πρόβλημα ως εξής:

Πρόβλημα μοντελοποίησης:

Το υλικό των βάσεων μίας κονσέρβας κοστίζει 0,5 € το τετραγωνικό μέτρο, ενώ το υλικό της παράπλευρης επιφάνειας κοστίζει 0,3 € το τετραγωνικό μέτρο.



✓ Πόσο θα κοστίζει το υλικό, όταν πρόκειται να κατασκευάσουμε κονσέρβες για να τις μοιράσουμε στους μαθητές της Β' Γυμνασίου;

✓ Τι είδους συσκευασία θα συμφέροι να κατασκευάσουμε;

Το παραπάνω πρόβλημα είναι κατάλληλο για μαθητές της Β' Γυμνασίου, ωστόσο μπορεί να χρησιμοποιηθεί και από μαθητές μεγαλύτερης τάξης, όπως αυτούς της Β' Λυκείου. Η δομή του, ακόμη, προσφέρει τη δυνατότητα στους μαθητές να εντοπίσουν τις σχέσεις που εμφανίζονται μεταξύ των αυστηρών μαθηματικών και των μαθηματικών της καθημερινότητας (π.χ. κατασκευή κονσέρβας).

Η διατύπωση του προβλήματος είναι τέτοια που ενθαρρύνει τους μαθητές να κάνουν υποθέσεις και στοχεύει στην ομαλή συζήτηση και την μεταξύ τους επικοινωνία.

Η ταξινόμηση του προβλήματος έγινε με βάση τα παρακάτω κριτήρια:

- **Ταξινόμηση 1:** Το πρόβλημα ανήκει στην **περιοχή του πραγματικού κόσμου** και μπορεί εύκολα να διαπραγματευτεί από τα παιδιά, καθώς η συλλογή μεταλλικών συσκευασιών (κονσερβών) εντάσσεται στα πλαίσια της ανακύκλωσης που πραγματοποιείται καθημερινά στο τμήμα. Έτσι, οι μαθητές θα προσεγγίσουν με ενδιαφέρον το πρόβλημα και θα προσπαθήσουν να δώσουν απάντηση στις ερωτήσεις του.
- **Ταξινόμηση 2:** Το πρόβλημα ακόμη, μπορεί να εφαρμοστεί στην σχολική τάξη σύμφωνα με τις **προδιαγραφές του προγράμματος σπουδών**, αφού το ίδιο το πρόγραμμα σπουδών προτείνει προβλήματα, συμβατά με το επίπεδο της τάξης, με σκοπό την εμπλοκή των μαθητών για την κατανόηση των εκάστοτε μαθηματικών εννοιών και την ανάπτυξη διάφορων στρατηγικών επίλυσης.
- **Ταξινόμηση 3:** Το πρόβλημα παρουσιάζει ελλείψεις ως προς το δεδομένα του, πράγμα που το καθιστά **ανοιχτό**. Έτσι, οι μαθητές καλούνται να μαζέψουν πληροφορίες ή ακόμα και να τις υποθέσουν, ώστε να μπορέσουν να λύσουν το

πρόβλημα. Με τη συλλογή αυτή που κάνει κάθε ομάδα μαθητών καταλήγει τελικά σε περισσότερες από μία λύσεις.

- **Ταξινόμηση 4:** Το πρόβλημα είναι **πραγματικό και ενδιαφέρον** καθώς τα παιδιά, με τη βοήθεια διάφορων εργαλείων (διαδίκτυο, κουτάκια από την ανακύκλωση της τάξης) αναζητούν τις πληροφορίες που λείπουν. Δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στο γεγονός ότι τα μαθηματικά συνδέονται και με άλλες περιοχές, όπως αυτή της οικολογίας.
- **Ταξινόμηση 5:** Το πρόβλημα αυτό, **ως προς τη μαθηματική περιοχή**, ανήκει στην θεματική ενότητα Γεωμετρικά Στερεά και συγκεκριμένα στα Στοιχεία και Εμβαδόν Πρίσματος και Κυλίνδρου. Οι μαθητές του γυμνασίου έρχονται, για πρώτη φορά, σε επαφή με τα γεωμετρικά στερεά και τις τρεις διαστάσεις.

Οι μαθητές της Β΄ Γυμνασίου δεν είναι εξοικειωμένοι με την επίλυση προβλήματος, πόσο μάλλον με την μοντελοποίηση. Για το λόγο αυτό, το πρόβλημα που επιλέχθηκε δεν είναι τυχαίο. Αφού πρώτα λύσουν το κλειστό πρόβλημα του σχολικού βιβλίου, με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού και των εργαλείων/πηγών που θα έχουν στη διάθεσή τους, οι μαθητές θα εμβαθύνουν στις καινούργιες έννοιες με τις δοθείσες δραστηριότητες, διερευνώντας και αιτιολογώντας το μαθηματικό περιεχόμενο.

1.2.Β΄ Μέρος (Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές)

Αρχικά, οι μαθητές, καλό θα ήταν να χωριστούν σε ομάδες μοιράζοντας ρόλους για την αποτελεσματικότερη αξιοποίηση των πόρων και τη συλλογή των πληροφοριών που απαιτούνται για τη λύση του προβλήματος. Επίσης, συνιστάται και η διάθεση χρόνου στους μαθητές για συζήτηση του προβλήματος, πριν προβούν σε όποια επεξεργασία του.

Στο συγκεκριμένο διδακτικό σενάριο ο εκπαιδευτικός αναλαμβάνει το ρόλο του συντονιστή και καθοδηγητή της μαθησιακής διαδικασίας. Δίνοντας κάποιες κατευθυντήριες γραμμές, η παρουσία του μέσα στην τάξη είναι διακριτική, περνώντας από κάθε ομάδα και παρέχοντας συμβουλές και υποδείξεις όπου ζητηθεί.

Οι μαθητές αναλαμβάνουν το ρόλο των ερευνητών, οι οποίοι μέσα από τις δραστηριότητες που θα υλοποιούν θα ανακαλύπτουν και θα οικοδομούν τις νέες γνώσεις στα πλαίσια συνεργατικής μάθησης.

Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία, οι μαθητές μπορούν να επιλύσουν το πρόβλημα στην ομάδα τους. Στο τέλος κάθε ομάδα παρουσιάζει τη λύση της και η ολομέλεια της τάξης αξιολογεί τη διαδικασία και το αποτέλεσμα. Σε αυτό το σημείο ο εκπαιδευτικός μπορεί να αξιολογήσει την προσπάθεια των μαθητών και να συμπληρώσει κάποια στοιχεία που πιθανόν να παρέλειψαν οι μαθητές.

Λόγω έλλειψης σημαντικών πληροφοριών από το πρόβλημα, είναι πιθανό αυτό να μη γίνει κατανοητό από όλους τους μαθητές. Η κατανόηση όμως, η οποία είναι απαραίτητη, πιθανόν να είναι μια αρκετά δύσκολη διαδικασία για τα παιδιά, αφού προϋποθέτει την διαχείριση των δεδομένων που δίνονται. Η αναγνώριση της προϋπάρχουσας γνώσης και της νέας, η επιλογή και η αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων είναι βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν την λύση αυτού του προβλήματος.

Η πορεία επίλυσης του προβλήματος θα είναι η εξής: Το ζήτημα θα παρουσιαστεί σε όλους τους μαθητές της τάξης και θα γίνει συζήτηση για τα πρίσματα και ιδιαίτερα για τον κύλινδρο. Η συζήτηση θα συνεχιστεί και θα καταλήξει στην επιφάνεια, παράπλευρη και βάσεις, ενός πρίσματος – κυλίνδρου. Οι μαθητές θα καταθέσουν τις γνώσεις που ίσως έχουν για το περιεχόμενο του θέματος και θα προετοιμαστούν για τη μετάβαση στη νέα μαθηματική περιοχή.

Στη συνέχεια, χωρισμένοι σε ομάδες οι μαθητές θα συλλέξουν τις πληροφορίες που απαιτούνται, είτε επισκεπτόμενοι το διαδίκτυο, είτε από τα τενεκεδένια κουτάκια και τις κονσέρβες που θα έχουν στη διάθεσή τους. Οι πληροφορίες αυτές έχουν να κάνουν με το ύψος των κουτιών και την περίμετρο της βάσης τους (μήκος κύκλου). Αναμένεται οι μαθητές να καταγράψουν πλήθος δεδομένων. Έπειτα, κάνοντας τους υπολογισμούς τους καταλήγουν σε συμπεράσματα και στη λύση του προβλήματος. Με την παρότρυνση του εκπαιδευτικού, οι μαθητές προτείνουν τις λύσεις τους, οι οποίες στηρίζονται στα αριθμητικά δεδομένα που συνέλλεξαν.

1.3.Γ' Μέρος (Διαμορφωτική και συγκριτική αξιολόγηση τις συμπεριφοράς των μαθητών)

Βασικός στόχος της αξιολόγησης του μαθητή είναι η ανατροφοδότηση της εκπαιδευτικής διαδικασίας και ο εντοπισμός των μαθησιακών ελλείψεων, με σκοπό τη βελτίωση της προσφερόμενης σχολικής εκπαίδευσης και τελικά την πρόοδο του μαθητή. Ειδικότερα η αξιολόγηση του μαθητή αποσκοπεί:

- ✓ στη διαπίστωση της επίτευξης των στόχων της μάθησης,

- ✓ στο σχεδιασμό των επόμενων σταδίων της μάθησης,
- ✓ στη διερεύνηση και αποτύπωση της ατομικής και συλλογικής πορείας των μαθητών, των ικανοτήτων, των ενδιαφερόντων και των ιδιαιτεροτήτων τους σε όλα τα επίπεδα και στάδια κατάκτησης της γνώσης,
- ✓ στην ποιοτική αναβάθμιση συνολικά της εκπαιδευτικής διαδικασίας, η οποία στοχεύει στην ενίσχυση και ενθάρρυνση των μαθητών αλλά και στη δημιουργία κινήτρων μάθησης,
- ✓ στον εντοπισμό των μαθησιακών δυσκολιών και των ελλείψεων των μαθητών με στόχο το σχεδιασμό κατάλληλων παρεμβάσεων για τη βελτίωση της διδακτικής διαδικασίας,
- ✓ στην καλλιέργεια ερευνητικού πνεύματος, στην ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων και στην απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων μέσα από διαθεματικές προσεγγίσεις,
- ✓ στην απόκτηση υπευθυνότητας από τους μαθητές μέσα από διαδικασίες συλλογικής εργασίας και αυτοαξιολόγησης,
- ✓ στην ενίσχυση της αυτοπεποίθησης και αυτοεκτίμησης των μαθητών και συνολικά στη συγκρότηση της προσωπικότητάς τους και
- ✓ στην απόκτηση μεταγνωστικών ικανοτήτων εκ μέρους των μαθητών μέσα από τον έλεγχο και τη διαχείριση της μάθησής τους.

Η αξιολόγηση των μαθητών στο ανοιχτό πρόβλημα 1 είναι διαμορφωτική και συγκριτική.

Η **διαμορφωτική αξιολόγηση** στη διαδικασία της μοντελοποίησης αφορά την αξιολόγηση της μάθησης και γι' αυτό ο εκπαιδευτικός πρέπει να μοιράζεται τους στόχους του έργου με τους μαθητές και στοχεύει στην ανάπτυξη των δεξιοτήτων της μοντελοποίησης. Οι δεξιότητες αυτές έχουν να κάνουν με:

- i. την υποβολή ερωτήσεων,
- ii. την ανατροφοδότηση,
- iii. την αυτοαξιολόγηση και αξιολόγηση των συμμαθητών και
- iv. τη διαμορφωτική αξιοποίηση της αξιολόγησης που γίνεται για έλεγχο.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι μαθητές αξιολογούνται από τις ερωτήσεις που υποβάλλονται κατά την επεξεργασία του προβλήματος και από την ανατροφοδότηση του εκπαιδευτικού. Ακόμη, αξιολογούνται από το πόσο μπορούν να αυτοαξιολογηθούν οι ίδιοι, αλλά να αξιολογήσουν τους υπόλοιπους μαθητές. Τέλος, η διαμορφωτική

αξιοποίηση της αξιολόγησης που γίνεται για έλεγχο της επίλυσης του προβλήματος και των προτεινόμενων λύσεων συμβάλλουν κι αυτά στην αξιολόγηση των μαθητών.

Η **συγκριτική αξιολόγηση** προσδιορίζεται από τα εξής κριτήρια:

- i. Οικοδόμηση του μοντέλου,
- ii. Εργασία με ακρίβεια,
- iii. Ερμηνεία,
- iv. Έλεγχος εγκυρότητας και αναστοχασμός και
- v. Παρουσίαση.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω θα αξιολογούσαμε τους μαθητές στο πρόβλημα 1 ως εξής:

- ως προς την οικοδόμηση του μοντέλου (1^ο κριτήριο), εφόσον οι αποφάσεις που λαμβάνουν είναι καλές και τους επιτρέπουν την απλοποίηση του σύνθετου προβλήματος,
- ως προς την εργασία με ακρίβεια (2^ο κριτήριο), εφόσον είναι υπαρκτή και ορθή η χρήση μαθηματικών συμβόλων και φυσικά της μαθηματικής γλώσσας,
- ως προς την ερμηνεία (3^ο κριτήριο), εφόσον ερμηνεύουν το δοθέν πρόβλημα ορθά και με ακρίβεια,
- ως προς τον έλεγχο εγκυρότητας και τον αναστοχασμό (4^ο κριτήριο), εφόσον έχουν κατανοήσει το πόσο έγκυρο είναι το πρόβλημα και τι περιορισμούς έχει και
- ως προς την παρουσίαση (5^ο κριτήριο), εφόσον η παρουσίαση της εργασίας τους έχει νόημα.

1.4. Πιθανές λύσεις του προβλήματος

Οι μαθητές μετά τη συλλογή των δεδομένων τους, τοποθετούν τις πληροφορίες σε πίνακα. Από το μήκος της βάσης, οι μαθητές με του κατάλληλους υπολογισμούς ($L=2\pi r$) βρίσκουν την ακτίνα της βάσης και στη συνέχεια το εμβαδόν της ($E=\pi r^2$). Οι μονάδες μήκους είναι σε εκατοστά (cm), οι μονάδες εμβαδού σε τετραγωνικά εκατοστά (cm²) και τα κόστη σε Ευρώ (€)¹. Ο πίνακας παρουσιάζεται παρακάτω:

¹ Για να βρουν οι μαθητές πόσο θα κοστίζει κάθε κουτάκι, μετατρέπουν πρώτα τα cm² σε m² και στη συνέχεια υπολογίζουν και συμπληρώνουν τις στήλες των €.

<u>Είδος κουτιού</u>	<u>Ύψος</u>	<u>Μήκος</u>	<u>Ακτίνα</u>	<u>Ε_π</u>	<u>Ε_β</u>	<u>€_π</u>	<u>€_β(x2)</u>	<u>Σύνολο</u>
Αναψυκτικό 1	10	22	3.5	220	38.47	0.0066	0.003847	0.010447
Αναψυκτικό 2	13	20	3.18	260	31.75	0.00780	0.003175	0.010975
Συμπ. Γάλα 1	8	24	3.82	192	45.82	0.00576	0.004582	0.009966
Συμπ. Γάλα 1	10,5	23	3.66	241.5	42.06	0.007245	0.004206	0.011451
Μανιτάρια	11	23	3.66	253	42.06	0.00759	0.004206	0.011796
Καλαμπόκι	8	26	4.14	208	53.81	0.00624	0.005381	0.011621
Ντοματοπολτός	5	24	3.82	120	45.82	0.0036	0.004582	0.008182

Τα τμήματα της Β' Γυμνασίου είναι 3 των 25 μαθητών. Οπότε το σύνολο θα διαμορφωθεί ως εξής:

<u>Είδος κουτιού</u>	<u>Σύνολο</u>
Αναψυκτικό 1	0,78
Αναψυκτικό 2	0,82
Συμπ. Γάλα 1	0,75
Συμπ. Γάλα 2	0,86
Μανιτάρια	0,88
Καλαμπόκι	0,87
Ντοματοπολτός	0,61

Μετά την καταγραφή των δεδομένων τους οι μαθητές μπαίνουν στη διαδικασία να σκεφτούν ποιο κουτί χωράει περισσότερο υλικό και ταυτόχρονα να συμφέρει οικονομικά. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι οι μαθητές ακόμη δεν έχουν διδαχθεί τον όγκο κυλίνδρου και τον τύπο υπολογισμού του. Παρόλα αυτά, με τα υπάρχοντα δεδομένα δίνουν λύσεις και στο δεύτερο ερώτημα του προβλήματος, αφήνοντας ανοιχτό το ενδεχόμενο να μελετήσουν και τη χωρητικότητα του κουτιού.