

ΟΙΚΟΛΟΓΙΚΗ ΣΥΝΕΙΔΗΣΗ

Αναστασιάδου Ειρήνη
Απιδοπούλου Μαρία
Βεντίστας Γεώργιος

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

Το παρακάτω πρόβλημα μπορεί να χωριστεί σε τρία διαδοχικά μέρη ανάλογα με τις ώρες που διαθέτουμε για την μοντελοποίηση.

1^ο ΜΕΡΟΣ

Στο σχολείο σας υπάρχουν κάδοι που περιέχουν πλαστικές μαύρες σακούλες για τα σκουπίδια των παιδιών. Οι μαύρες σακούλες αγοράζονται με τις εισφορές του συλλόγου γονέων και κηδεμόνων του σχολείου.

Οι μαθητές μπορούν να αγοράζουν νερό από το κυλικείο του σχολείου και αφού το πιουν πετούν το άδειο μπουκάλι σ' αυτούς τους κάδους .

Παρακάτω υπάρχουν δύο σενάρια για τον τρόπο που αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί:

ΣΕΝΑΡΙΟ Α: Οι μαθητές αφού πιούν το νερό πετούν τα μπουκάλια στους κάδους με τις σακούλες χωρίς να τα συμπιέσουν.

ΣΕΝΑΡΙΟ Β: Από κάθε μπουκάλι αφαιρείται ο αέρας και μετά πετιούνται στους κάδους .



Να βρεθεί κατά τη διάρκεια ενός σχολικού έτους,


α) Πόσες λιγότερες πλαστικές σακούλες θα χρειαστούν αν οι μαθητές πετούν τα

μπουκάλια τους σύμφωνα με το **σενάριο Β** αντί για το **Α**;

β) Πόσα κιλά λιγότερο πλαστικό θα ζυγίζουν αυτές οι σακούλες;

γ) Πόσα χρήματα λιγότερα θα πληρώσει η κοινότητα του σχολείου με το σενάριο **Β**;

2^ο ΜΕΡΟΣ

<p>Όμως αν οι μαθητές ήθελαν να μαζέψουν καπάκια για να πάρουν αναπηρικό καροτσάκι θα έπρεπε να λειτουργούν αναγκαστικά με το σενάριο Α.</p> <p>Με μια πρόχειρη έρευνα στο ίντερνετ γίνεται η διαπίστωση ότι για ένα απλό αναπηρικό καροτσάκι χρειάζεται ένας τόνος καπάκια, όταν το κάθε καπάκι ζυγίζει περίπου 2 γραμμάρια.</p>	
--	--

Να απαντήσετε με ποια από τις παρακάτω επιλογές θα μπορέσει η κοινότητα του σχολείου να αγοράσει συντομότερα ή οικονομικότερα ένα αναπηρικό καροτσάκι

<p>1^η επιλογή: Μαζεύουν καπάκια καταναλώνοντας όμως περισσότερες σακούλες.</p>	<p>2^η επιλογή: Δεν μαζεύουν καπάκια αλλά από τα χρήματα που εξοικονομούν από τις σακούλες αγοράζουν καροτσάκι.</p>
--	--

3^ο ΜΕΡΟΣ

Να εξετάσετε αν υπάρχουν τρόποι ώστε να καταφέρουν οι μαθητές να πετύχουν και οικονομία στις πλαστικές σακούλες απορριμμάτων αλλά και να συγκεντρώσουν καπάκια για καροτσάκι .

Ταξινόμηση του προβλήματος κατά τη μοντελοποίηση

α) ως προς την **περιοχή του πραγματικού κόσμου** (1^η ταξινόμηση), ταξινομείται στην καθημερινή ζωή, περιέχει μαθηματικά και στοιχεία οικονομίας

β) ως προς την **εφαρμογή με τις επίσημες προδιαγραφές του προγράμματος σπουδών** (2^η ταξινόμηση), μπορεί με περικοπές να ενταχθεί στη διδασκαλία της Α΄ ή Β΄ Λυκείου στις θεματικές περιοχές των συναρτήσεων και επίλυσης εξισώσεων. Όμως είναι προτιμότερο η **πραγματοποίησή του να γίνει κατά τη διάρκεια των δημιουργικών εργασιών που γίνονται στις παραπάνω τάξεις ή ακόμη πιο ολοκληρωμένα να γίνει στη διάρκεια ενός project που διαρκεί ένα τετράμηνο και μπορούν να μελετηθούν όλες οι πτυχές του προβλήματος.**

γ) ως προς το **άνοιγμα του έργου** (3^η ταξινόμηση), με την παρούσα διατύπωση είναι ανοιχτό και επιδέχεται πολλές λύσεις. Υπάρχουν επιλογές να γίνει ακόμη περισσότερο ανοιχτό (αν δεν δίνονταν το στοιχείο για τα καπάκια) με κίνδυνο να

γίνει πάρα πολύ μεγάλο ή αντίθετα να γίνει περισσότερο κλειστό.

δ) ως προς τη **σχετικότητα με τους μαθητές** (4η ταξινόμηση), η κατάσταση και το πρόβλημα είναι πολύ καθημερινό και οικείο για τους μαθητές

ε) ως προς τη **μαθηματική περιοχή** (5η ταξινόμηση), βρίσκεται στην θεματική των συναρτήσεων και της επίλυσης εξισώσεων. Οι μαθητές μέσω της τριβής με το πρόβλημα καλούνται να δημιουργήσουν συνάρτηση. Εάν θέλουμε μπορούμε να περιορίσουμε τις ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος ώστε να προκύψει συναρτησιακός τύπος ακόμη και με μία μεταβλητή.

Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές

Αρχικά οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες οι οποίες είναι μικτής δυναμικότητας ως προς τη σχολική επίδοση. Κατόπιν τους δίνεται το πρώτο μέρος του προβλήματος. Αφήνουμε τους μαθητές να σκεφτούν κατά μονάδες για μερικά λεπτά και κατόπιν εκθέτουν την σκέψη τους. Καταγράφουμε τις ιδέες που θεωρεί η ολομέλεια πιο σημαντικές στον πίνακα.

Ορισμός του προβλήματος: Ζητούμε προτάσεις από τους μαθητές για το πώς να ξεκινήσουν. Η εμπειρία των μαθητών στην μοντελοποίηση είναι μικρή και γι' αυτό τους καθοδηγούμε

- να χωρίσουν το πρόβλημα σε στάδια
- να προσδιορίσουν ποιες πληροφορίες χρειάζονται σε κάθε στάδιο
- και αν είναι πιθανό να υπάρχουν πολλές απαντήσεις.

Οικοδόμηση του μοντέλου και προσδιορισμός των μεταβλητών: Για να οικοδομήσουν το μοντέλο οι μαθητές θα πρέπει να επιχειρήσουν να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

- Ποιες τιμές αλλάζουν και ποιες παραμένουν σταθερές; (με αναζήτηση των ανεξάρτητων και εξαρτημένων μεταβλητών)
- Τι υποθέσεις πρέπει να γίνουν για να βρεθεί μια λύση
- Ποιοι είναι οι κύριοι παράγοντες
- Από πού βρήκαν τα δεδομένα και αν υπάρχουν περισσότερες τιμές για κάποιον παράγοντα ή δεν είναι ακριβείς, με ποιο κριτήριο θα πρέπει να επιλέξουν;

Απόκτηση μιας λύσης: Οι μαθητές μπορούν ανάλογα με το μέρος του προβλήματος που λύνουν να στηριχθούν στα ευρήματά τους από τα προηγούμενα μέρη. Επειδή το πρόβλημα είναι του πραγματικού κόσμου θα πρέπει τα δεδομένα να οργανωθούν με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να εξηγηθούν σε κάποιο τρίτο άτομο.. Γι' αυτό το λόγο είναι απαραίτητο οι μαθητές να μπορούν να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

- Ποιοι ήταν οι τρόποι που χρησιμοποιήθηκαν και ποια τα μαθηματικά μοντέλα;
- Πώς μπορεί να γίνει καλύτερα η κοινοποίηση των αποτελεσμάτων ;

Ανάλυση και αξιολόγηση του μοντέλου: Οι μαθητές θα πρέπει να καθοδηγηθούν να απαντήσουν στα παρακάτω ερωτήματα:

- Πώς ξέρουν ότι το μοντέλο λειτουργεί;

- Αν υπάρχουν περιορισμοί
- Υπάρχουν κάποιες περιπτώσεις που δεν λειτουργεί;
- Τι βελτιώσεις μπορείτε να κάνετε;

Αναφορά των αποτελεσμάτων: Θα πρέπει να είναι σε θέση να εξηγούν

- Τη διαδικασία και τα μαθηματικά που χρησιμοποίησαν
- Να επιλέξουν με ποιους θα μοιραστούν τα αποτελέσματα
- Να αναφέρουν τα πιο σημαντικά στοιχεία της εργασίας τους

Διαμορφωτική αξιολόγηση

Η διαμορφωτική αξιολόγηση είναι η «αξιολόγηση για τη μάθηση» και είναι στραμμένη αποκλειστικά στη διαδικασία της μάθησης. Αναφέρεται στη διαδικασία για το πώς οι εκπαιδευτικοί μπορούν να στηρίξουν τους μαθητές δίνοντάς τους ανατροφοδότηση με σκοπό να επιτευχθεί η βελτίωση στη μαθηματική μοντελοποίηση. Οι βασικοί στόχοι που αφορούν τις παιδαγωγικές πρακτικές είναι α) υποβολή ερωτήσεων β) ανατροφοδότηση γ) αξιολόγηση των συμμαθητών και αυτοαξιολόγηση δ) διαμορφωτική αξιοποίηση της αξιολόγησης που γίνεται για έλεγχο. Ειδικότερα:

α) η υποβολή ερωτήσεων (όπως αυτές που έχουν αναφερθεί στην προηγούμενη ενότητα) φροντίζουμε να είναι ανοιχτές. Να γίνεται εκτίμηση της κατάστασης από ομάδα σε ομάδα και να προάγονται οι καλές σκέψεις των μαθητών προκειμένου να προχωρούν και ομάδες που υπολείπονται. Επίσης πέραν του αρχικού χρόνου για σκέψη πάνω στο πρόβλημα η επισκόπηση των ομάδων πρέπει να γίνεται σχετικά σύντομα με διαδοχικές ερωτήσεις από ομάδα σε ομάδα ώστε να προχωρά η διαδικασία. Ζητούμε να σκεφτούν, να εξηγήσουν, να συνεργαστούν με συμμαθητή, να επικοινωνήσουν με την ομάδα.

β) Η ανατροφοδότηση που γίνεται προφορικά είναι πιο σημαντική από την γραπτή. Κατά τη διάρκεια της επίτευξης της διαδικασίας της μοντελοποίησης γίνεται σχολιασμός ελλειπούσης παραμέτρου, ενθαρρύνουμε, κοινοποιούμε τις καλές ιδέες των συμμαθητών.

γ) Αξιολόγηση συμμαθητών και αυτοαξιολόγηση: Θα πρέπει οι μαθητές να έχουν μοντέλο καλής δουλειάς (που ίσως προέρχεται και από προηγούμενους μαθητές) ώστε να είναι σε θέση να κάνουν αξιολόγηση της δουλειάς των συμμαθητών τους. Για να γίνει με αξιόπιστο τρόπο θα πρέπει να έχουν ξεκαθαρισμένο τι στόχοι υπάρχουν και τι θέλουν να μάθουν. Μετά, έχοντας αποκτήσει επαρκή κριτική σκέψη μπορούν να κάνουν αυτοαξιολόγηση. Οι μαθητές είναι πιο δεκτικοί στην αξιολόγηση των συμμαθητών τους παρά του εκπαιδευτή. Είναι σημαντικό να γίνει επιλογή του καλύτερου μέρους της δουλειάς των συμμαθητών τους που αξιολογούν καθώς και ποιο στοιχείο πρέπει να βελτιωθεί και με ποιο τρόπο.

δ) Διαμορφωτική αξιολόγηση: Θα πρέπει να τηρείται το ημερολόγιο του εκπαιδευτικού ώστε μέσα από τις παρατηρήσεις και την πορεία της μοντελοποίησης να γίνει αναστοχασμός ώστε να βρεθούν βέλτιστες διδακτικές πρακτικές. Το ζητούμενο είναι να αξιολογηθεί σωστά η πρόοδος των μαθητών στη μοντελοποίηση.

Συγκριτική αξιολόγηση

Αφορά την αξιολόγηση της εργασίας εκπαιδευτικών και μαθητών. Οι βασικοί στόχοι είναι να δούμε πώς εξελίσσονται οι μαθητές στην ανάπτυξη των ικανοτήτων μοντελοποίησης καθώς και να αξιολογηθεί η μοντελοποίηση των μαθητών.

Για να γίνει αυτό, αρχικά συντάσσουμε μια λίστα με αυτά που θεωρούμε σημαντικά για το συγκεκριμένο θέμα. Επίσης, χωρίζουμε τις λύσεις των μαθητών σε καλές και όχι τόσο καλές (ή μπορούμε να τις εντάξουμε σε περισσότερες κατηγορίες).

Ενδεικτικά κριτήρια αξιολόγησης είναι:

- Κατανόησαν το πρόβλημα;
- Επέδειξαν τις υποθέσεις που έκαναν;
- Ακολουθούν μια μέθοδο μαθηματικά κατάλληλη;
- Ακολούθησαν την παραπάνω μέθοδο σωστά;
- Χρησιμοποιούν διαφορετικούς τρόπους για να δουν το πρόβλημα;
- Έδωσαν ένα συμπέρασμα και αναστοχάστηκαν τις λύσεις τους;
- Επιχείρησαν να επεκτείνουν το πρόβλημα;

Η οργάνωση των κριτηρίων μπορεί να βασιστεί στον κύκλο της μοντελοποίησης του PISA αλλά και από μια ρουμπρίκα (GAIMME 2016) που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μικρά ή και για μεγαλύτερα μοντέλα. Περιλαμβάνει χαρακτηρισμούς αξιολόγησης που αναφέρονται σε:

- Ορισμό του προβλήματος μοντελοποίησης
- Κατασκευή του μοντέλου I (πραγματοποίηση υποθέσεων και αναγνώριση περιορισμών)
- Κατασκευή του μοντέλου II (ορισμός μεταβλητών και αναγνώριση παραμέτρων)
- Λύση I (στο μοντέλο χρησιμοποιούνται μαθηματικά με νόημα)
- Λύση II (τα αποτελέσματα είναι προσιτά στο κοινό)
- Ανάλυση και αξιολόγηση του μοντέλου
- Στυλ γραφής και οργάνωση.

Ενδεικτική λύση του προβλήματος

Θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος . Οι μαθητές θα πρέπει να εντοπίσουν τον αριθμό των μπουκαλιών που αποσύρονται στο χώρο του σχολείου. Μπορούν να το εκτιμήσουν με διάφορους τρόπους. Ο απλούστερος είναι να κάνουν ερώτηση στο κυλικείο για τον αριθμό των μπουκαλιών που πουλάει κατά μέσο όρο ημερησίως και μετά να πολλαπλασιάσουν με τις ημέρες λειτουργίας του σχολείου.

Πιο περίπλοκοι υπολογισμοί θα μπορούσαν να συμπεριλάβουν και τους μαθητές που έχουν φέρει μπουκάλια από το σπίτι ή μαθητές που παίρνουν κάποια μπουκάλια στο σπίτι ή τα πετούν έξω από το σχολείο.

Ενδεικτική λύση.

Αρχικά ο υπολογισμός θα γίνει συγκεκριμένα με αριθμητικά δεδομένα και μετά μπορεί να γενικευθεί βάζοντας μεταβλητές

Αν π.χ. σε σχολείο 350 παιδιών υπολογίσουν $m=150$ μπουκάλια ημερησίως και πολλαπλασιάσουν επί τις μέρες λειτουργίας του σχολείου $d = 180$

Συνολικός αριθμός μπουκαλιών $\Sigma_m = m d$

Από τον όγκο 500 ml του μπουκαλιού υπολογίζουν την σταθερά που φανερώνει τον όγκο που απομένει μετά από την συμπίεση (με τρόπους που θα φανταστούν) π.χ 150 ml (οπότε $350\text{ml} = 0,35 \text{ lit}$ που είναι η διαφορά όγκου ανά μπουκάλι με τους δύο τρόπους απόσυρσης

Υπολογίζουν τον όγκο της σακούλας πχ $V = 40 \text{ lit}$ και το κόστος της σακούλας $K=0,10 \text{ ευρώ}$ καθώς και το βάρος $B=20\text{gr} = 0,02 \text{ Kgr}$ της σακούλας .

Σενάριο 1	Σενάριο 2
Συνολικός αριθμός από σακούλες $T_{\Sigma 1} = m d 0,5 / V$ $= 150 180 0,5/40$ $= 400$	Συνολικός αριθμός από σακούλες $T_{\Sigma 2} = T_{\Sigma 1} 0,15/0,5$ $= 120$
Συνολικό κόστος 1 $K_{\Sigma 1} = T_{\Sigma 1} K$ $= 400 0,10 = 40 \text{ ευρώ}$	Συνολικό κόστος 2 $K_{\Sigma 2} = T_{\Sigma 2} K$ $= 120 0,10 = 12 \text{ ευρώ}$
Συνολικό πλαστικό 1 $\Pi_1 = T_{\Sigma 1} B$ $= 400 0,02 = 8 \text{ Kgr}$	Συνολικό πλαστικό 2 $\Pi_2 = T_{\Sigma 2} B$ $= 2,4 \text{ Kgr}$

Για το 2^ο μέρος από το πρόβλημα αρκεί να κάνουμε τους παρακάτω υπολογισμούς . Η νέα ανεξάρτητη μεταβλητή είναι το κόστος αγοράς αμαξιδίου πχ $A = 200 \text{ ευρώ}$

Κόστος σε σακούλες λόγω συλλογής καπακιών	Κόστος χωρίς τη συλλογή καπακιών
$K_{\Sigma 1} = 40 \text{ ευρώ}$	$K_{\Sigma 2} = 12 \text{ ευρώ}$
Αντίστοιχο όφελος από την συλλογή καπακιών $\text{Prof} = A m d 0.002/500.000$ $= 0,02 \text{ ευρώ (μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο)}$	
Συμπέρασμα: Το όφελος από την συλλογή καπακιών είναι αμελητέο. Ένα ενδεικτικό ετήσιο όφελος μόνο από την συρρίκνωση του μπουκαλιού είναι 28 ευρώ ετησίως και άρα αρκεί να δραστηριοποιηθούν 8 γειτονικά σχολεία ώστε μέσω της δραστηριοποίησης των μαθητών τους να παίρνουν ετήσια από ένα αμαξίδιο ως κοινωνική προσφορά που προέρχεται από περιβαλλοντική συνείδηση.	

Ο κύκλος της μοντελοποίησης / Φάσεις

Η πρώτη φάση είναι η κατανόηση του προβλήματος. Οι μαθητές θα πρέπει να δημιουργήσουν ένα μοντέλο για την πραγματική κατάσταση (situation

model) που περιγράφεται. Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα θα πρέπει να κατανοήσουν ότι χρειάζεται να ξέρουν την ημερήσια κατανάλωση μπουκαλιών, τις ημέρες που λειτουργεί κατ' έτος το κυλικείο. Να εντοπίσουν το κόστος της σακούλας και την χωρητικότητά της. Να σκεφτούν με πιο τρόπο θα εντοπίσουν τα στοιχεία που χρειάζονται.

Η δεύτερη φάση είναι η μαθηματοποίηση του προβλήματος. Ορίζονται οι ανεξάρτητες μεταβλητές και οι εξαρτημένες η εύρεση των οποίων θα οδηγήσει στην επίλυση του προβλήματος. Ανεξάρτητες μεταβλητές ορίζονται οι ημέρες λειτουργίας του κυλικείου, η ημερήσια κατανάλωση, η χωρητικότητα της σακούλας, το κόστος της σακούλας απορριμάτων.

Στην τρίτη φάση της μαθηματοποίησης το πραγματικό μοντέλο γίνεται μαθηματικό μοντέλο που συμπεριλαμβάνει τις ανεξάρτητες μεταβλητές και την σχέση με τις εξαρτημένες.

Στην τέταρτη φάση γίνεται η μαθηματική επίλυση του προβλήματος.

Στην πέμπτη φάση τα μαθηματικά αποτελέσματα ερμηνεύονται στον πραγματικό κόσμο (real results) και καταλήγουν σε συμπεράσματα ως προς την επιλογή του τρόπου μεταχείρισης των μπουκαλιών καθώς και του μεγέθους του οικονομικού οφέλους που προκύπτει σε ετήσια βάση για τα μεγέθη που έχουν διατυπωθεί στο πρόβλημα.

Στην έκτη φάση της επαλήθευσης μπορούν να συμπεριληφθούν στο μοντέλο και άλλες παράμετροι όπως και πόσοι μαθητές φέρνουν νερό από το σπίτι και το πετάν στους κάδους του σχολείου και αντίστροφα ή τα εναλλακτικά κόστη από καροτσάκια διαφόρων δυνατοτήτων και προδιαγραφών.

Στην έβδομη φάση γίνεται η παρουσίαση της λύσης και η διάδοση των αποτελεσμάτων.

