

## Εντοπίστε τη θέση του τραυματία

Κατίδης Γεώργιος: AM 565  
Μιχαηλίδου Χριστίνα: AM 575  
Παπαγεωργίου Μαρία: AM 582  
Χαριτίδου Ολυμπία: AM 594

Στα τέλη του Φλεβάρη λόγω τριημέρου της Καθαρής Δευτέρας τρεις ομάδες ορειβατών από το Λιτόχωρο, το Κιλκίς και τη Θάσο αποφάσισαν να κατακτήσουν την κορυφή του Ολύμπου.



Λόγω της διαφορετικής εμπειρίας των ομάδων ορειβασίας θα ξεκινούσαν πρώτα οι ορειβάτες του Λιτόχωρου μετά του Κιλκίς και τελευταίοι της Θάσου. Το μονοπάτι που επέλεξαν να ακολουθήσουν ήταν από Γκορτσιά.

Οι ομάδες επικοινωνούσαν συνεχώς και η πρώτη έδινε το στίγμα των καιρικών συνθηκών στις άλλες ομάδες και στα κεντρικά του συλλόγου Ορειβατών Λιτόχωρου σε τακτά χρονικά διαστήματα. Λόγω όμως άσχημων συγκυριών η τελευταία συνομιλία με τους αρχηγούς των ομάδων του Λιτόχωρου από τα VHF ήταν η εξής:



- Μια τεράστια χιονοστιβάδα ... πετάμε ...  
τα σακίδια

- Δώστε μας το στίγμα σας ομάδα  
Λιτόχωρου

- Το GPS δε λειτουργεί...

- Δώστε ένδειξη θερμοκρασίας;

- -4,1 °C αν βλέπω καθαρά.



Την ίδια στιγμή και οι αρχηγοί των δύο άλλων ομάδων έδωσαν αντίστοιχες θερμοκρασίες: του Κιλκίς περίπου  $-0,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  σε υψόμετρο 2.220μ. ένδειξη GPS και της Θάσου περίπου  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  σε υψόμετρο 2.150μ και την ίδια χρονική στιγμή που δόθηκε το στίγμα των θερμοκρασιών από τους 3 αρχηγούς, στο Λιτόχωρο η θερμοκρασία ήταν περίπου  $12,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Οι επικοινωνίες διακόπηκαν λόγω χιονοστιβάδας. Κινητοποιήθηκαν αμέσως οι ομάδες διάσωσης από το Λιτόχωρο ώστε να εντοπίσουν τους ορειβάτες με μόνη πληροφορία τις θερμοκρασίες εκείνη τη στιγμή. Το σχετικό δελτίο ειδήσεων αναφέρει ότι μετά από 8 ώρες προσπαθειών εντοπίστηκε η ομάδα του Λιτόχωρου με έναν 15χρονο τραυματία. Είναι έγκυρη η πληροφορία που έδωσε ο δημοσιογράφος σε σχέση με το υψόμετρο που βρέθηκε ο τραυματίας;

### **Μέθοδος Διδασκαλίας**

Το πρόβλημα αυτό απευθύνεται σε μαθητές β' γυμνασίου μετά από τη διδασκαλία της ευθείας  $y=ax+\beta$ . Οι μαθητές αναμένεται να κινητοποιηθούν αφού είναι ένα πρόβλημα του πραγματικού κόσμου. Θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ανοιχτό γιατί ανάλογα με τον τρόπο που θα δουλέψουν οι μαθητές θα προσεγγίσουν την τιμή του υψομέτρου και στη συνέχεια θα συζητήσουν για να καταλήξουν σε συμπέρασμα. Επιπλέον, δεν γνωρίζουν από την αρχή τα μαθηματικά εργαλεία που θα χρησιμοποιήσουν. Οι μαθητές θα εργαστούν με μαθηματικές έννοιες όπως η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y=ax+\beta$  και θα συνειδητοποιήσουν τη σύνδεση αυτών των εννοιών με φαινόμενα που περιγράφουν πραγματικές καταστάσεις. Δίνονται στους μαθητές ευκαιρίες να βιώσουν την ευχαρίστηση της ανακάλυψης, και της συνεργασίας μέσα από το παιχνίδι ρόλων (ως μέλη ομάδας διάσωσης). Θα χρειαστούν τρεις διδακτικές ώρες.

### **1<sup>η</sup> διδακτική ώρα**

Κάθε μαθητής έχει το πρόβλημα μπροστά του σε φωτοτυπία. Οι μαθητές διαβάζουν το πρόβλημα συζητούν τις ιδέες για το χειρισμό των δεδομένων. Στον πίνακα σημειώνονται οι ιδέες τους και ο καθηγητής αφήνει τα παιδιά να μιλήσουν ελεύθερα μέσω καταιγισμού ιδεών ώστε οι ίδιοι να ανακαλύψουν τη σύνδεση της θερμοκρασίας με το υψόμετρο. Σημαντικό είναι να θυμηθούν από το μάθημα της Γεωγραφίας ότι καθώς μεγαλώνει το υψόμετρο μειώνεται η θερμοκρασία.

Αναμένεται από τα παιδιά να προτείνουν έρευνα στο διαδίκτυο για να βρουν τον ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας κατά ύψος όπως και για τις θερμοκρασίες και το υψόμετρο του Λιτόχωρου και των δύο ορειβατικών ομάδων. Ενδεχομένως να προτείνουν ότι ένας χάρτης με τα μονοπάτια του Ολύμπου καθώς και η επικοινωνία με τα μέλη του τοπικού ορειβατικού συλλόγου θα ήταν αρκετά κατατοπιστικός και χρήσιμος. Χωρίζονται οι μαθητές σε ομάδες 4-5 ατόμων με σκοπό να δουλέψουν στην εύρεση των στοιχείων ώστε στο επόμενο μάθημα να καταστρώσουν στρατηγικές για το πώς θα επιλύσουν το πρόβλημα.

## 2<sup>η</sup> διδακτική ώρα

Οι ομάδες ως μικροί διασώστες θα προσπαθήσουν να εντοπίσουν τους ορειβάτες. Η κάθε ομάδα θα έχει το δικό της όνομα. Χωρίζουμε τον πίνακα σε 5 ή 6 στήλες με τα ονόματα των ομάδων. Κάθε ομάδα έχει ορίσει κάποιο αντιπρόσωπο που σημειώνει στον πίνακα τις πληροφορίες που έχουν συλλέξει.

Το συγκεκριμένο πρόβλημα βασίζεται στην έννοια της γραμμικής εξίσωσης.

Ωστόσο, απαιτείται από τους μαθητές να διαβάσουν το πρόβλημα με προσοχή να ερμηνεύσουν τις πληροφορίες που τους δίνονται και όχι απλά δίνοντάς τους δύο διατεταγμένα ζεύγη ή την κλίση της ευθείας και ένα διατεταγμένο ζεύγος να σχεδιάσουν μια ευθεία. Από τα δεδομένα της δραστηριότητας δε δηλώνεται τόσο ξεκάθαρα στους μαθητές που θα οδηγηθούν και αυτό θα δημιουργήσει συγκρούσεις, αρκετές σκέψεις θα ειπωθούν ώστε να καταλήξουν στη λύση.

Έτσι λοιπόν αναμένεται από τους



μαθητές να βρουν ότι καθώς αυξάνεται το υψόμετρο η θερμοκρασία μειώνεται. Η ομάδα του Λιτόχωρου που ξεκίνησε πρώτη έδωσε ένδειξη θερμοκρασίας  $-4.1^{\circ}\text{C}$ , ταυτόχρονα η δεύτερη ομάδα του Κιλκίς έδωσε ένδειξη θερμοκρασίας  $-0.6^{\circ}\text{C}$  που ήταν σε πιο χαμηλό υψόμετρο και τέλος της Θάσου  $0^{\circ}\text{C}$  άρα είναι εύλογο οι μαθητές να βγάλουν το παραπάνω συμπέρασμα.

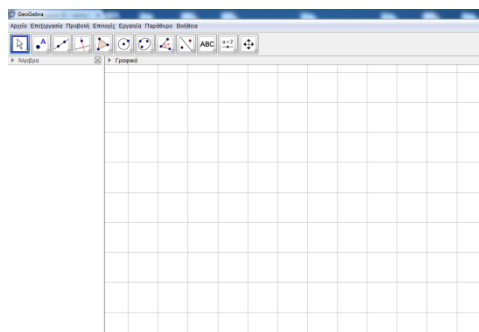
Προβλέπεται να ερευνήσουν και να βρουν την πληροφορία - κλειδί ότι κατά μέσο όρο η θερμοκρασία μειώνεται κατά  $6,5^{\circ}\text{C}$  βαθμούς Κελσίου ανά 1.000 μέτρα (γνωστή ως κατακόρυφη θερμοβαθμίδα). Τη συγκεκριμένη πληροφορία μπορούν να την αντλήσουν από το διαδίκτυο ή και το μάθημα της Γεωγραφίας. Θα εντοπίσουν χάρτες με τα μονοπάτια του Ολύμπου όπως δίνονται στη διπλανή εικόνα. Είναι αναμενόμενο πως οι μαθητές θα καταφέρουν να συνδέσουν το υψόμετρο του Λιτόχωρου (300μ.) με την ένδειξη της θερμοκρασίας  $12^{\circ}\text{C}$  αλλά και των ορειβατικών ομάδων. Και θα δημιουργηθούν τα διατεταγμένα ζεύγη (*υψόμετρο, θερμοκρασία*).

Στην περίπτωση του Λιτόχωρου για παράδειγμα θα μπορούσαμε να είχαμε τις παρακάτω απαντήσεις (0.3,12.2) ή (300,12.2) ή (0.3, 12) ή (300,12). Τα δύο τελευταία ζευγάρια αναμένεται να δώσουν και τις διαφοροποιήσεις ανάμεσα στις ομάδες μας ανάλογα με το πώς αντιλαμβάνονται το «*περίπου*» της εκφώνησης όποτε να έχουμε μια πιθανή στρογγυλοποίηση ή ακρίβεια.

Μέσα από συζήτηση θα δημιουργηθεί η ανάγκη για κατασκευή ορθοκανονικού συστήματος αξόνων και τοποθέτηση των συντεταγμένων για παράδειγμα (0.3,12) και ανάλογα τα αλλά συντεταγμένα ζεύγη.

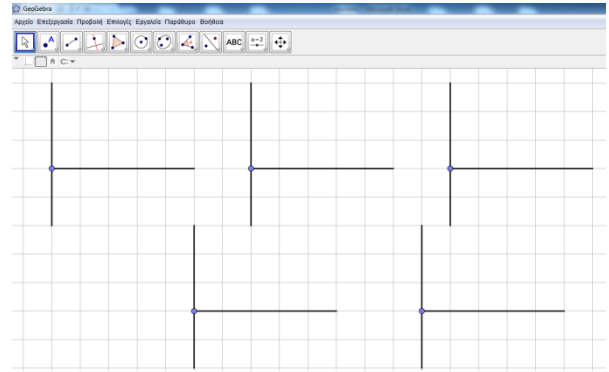
### 3<sup>η</sup> διδακτική ώρα

Μοιράζεται σε κάθε ομάδα από ένα φύλλο τετραγωνισμένου χαρτιού και προβάλλουμε στον διαδραστικό πίνακα το GeoGebra με τετραγωνισμένη επιφάνεια χωρίς το ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.



Η κάθε ομάδα αφήνεται ελεύθερη να ενεργήσει και θα κατασκευάσει τους δικούς της άξονες και αναμένουμε οι μαθητές να σημειώσουν το πρώτο διατεταγμένο ζεύγος και όπως αναφέρθηκε παραπάνω ανάλογα θα διαφοροποιηθούν και οι απαντήσεις.

Δημιουργούνται 5 ή 6 ορθοκανονικά συστήματα συντεταγμένων και η τάξη καταλήγει στη συμφωνία, ύστερα από συζήτηση, ότι ο άξονας  $yy'$  εκτείνεται και προς τα θετικά και προς τα αρνητικά και αντιπροσωπεύει τις θερμοκρασίες που επικρατούν στις τοποθεσίες μας. Ενώ ο  $xx'$  εκτείνεται μόνο προς τα θετικά και αντιπροσωπεύει το υψόμετρο. Από κάθε ομάδα ένας αντιπρόσωπος συμπληρώνει τους άξονες και το σημείο  $\Lambda$  που αντιστοιχεί στο υψόμετρο-θερμοκρασία του Λιτόχωρου.



Στη συνέχεια γνωρίζοντας τη πληροφορία για τη θερμοβαθμίδα οι μαθητές περιμένουμε να συμπληρώσουν και το δεύτερο σημείο το οποίο ονομάζουν οι ομάδες  $T$  (τυχαία τοποθεσία). Αν για παράδειγμα κάποια ομάδα θα έχει  $\Lambda(0,3,12)$  και  $T(1,3,5,5)$  θα σημειώσει ανάλογα και  $K(k_1, k_2)$  για Κιλκίς και  $\Theta(\theta_1, \theta_2)$  για Θάσο.

Οργανώνουν τα δεδομένα και σημειώνουν τον πίνακα τιμών με τις συντεταγμένες των σημείων κάτω από κάθε διάγραμμα και παρατηρώντας τα, αντιλαμβάνονται τη γραμμικότητα. Οπότε υπολογίζουν τους συντελεστές  $\alpha$  και  $\beta$  της  $y = \alpha x + \beta$  αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες των σημείων  $\Theta$  και  $\Lambda$  τα οποία είναι «βολικά σημεία» (δε γνωρίζουν να λύνουν γραμμικά συστήματα) και θα καταλήξουν στην  $y = -6,5x + 13,95$  (μία περίπτωση). Στη συνέχεια οι ομάδες αναμένεται να αντικαταστήσουν την ένδειξη της θερμοκρασίας  $-4^\circ\text{C}$  της ομάδας Λιτόχωρου ή  $-4,1^\circ\text{C}$  και θα βρουν τη θέση των ορειβατών.

Τέλος, οι μαθητές θα συμπεράνουν ότι το ρεπορτάζ είναι ανακριβές ως προς το υψόμετρο. Μπορούμε να επεκτείνουμε το πρόβλημα και να τους ρωτήσουμε τελικά σε ποια τοποθεσία βρέθηκαν οι ορειβάτες.

### **Αξιολόγηση του προβλήματος**

Στη συγκεκριμένη εργασία λόγω περιορισμού στην έκταση της εργασίας κρίθηκε σκόπιμο να μην γίνει αναλυτική αξιολόγηση (στα πλαίσια της προτεινόμενης σύμφωνα με τα πρότυπα του μαθήματος) και για τα τρία προβλήματα μοντελοποίησης. Επιλέχθηκε το δεύτερο από τα προβλήματα προκειμένου να δοθεί τόσο η διαμορφωτική όσο και η συγκριτική αξιολόγηση όπως παρουσιάστηκε στο

μάθημα. Προφανώς παρόμοιες διαδικασίες αξιολόγησης μπορούν να γενικευτούν με κατάλληλες τροποποιήσεις και στα υπόλοιπα δυο προβλήματα.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

Commons, W. (2009). *Βιβλιάριο Μοντελοποίησης*.

Λεμονίδης, Χ. “ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ” σημειώσεις μαθήματος στο πλαίσιο του Διατμηματικού - Διαπανεπιστημιακού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ» Μάιος 2016

Lesh, R., & Doerr, H.M. (2003). *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.