

Γιορτή του σχολείου

ΑΝΘΙΜΟΥ ΣΟΦΙΑ
ΒΑΣΙΛΕΙΑΔΟΥ ΠΗΝΕΛΟΠΗ
ΚΑΤΣΑΒΟΥΝΙΔΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΑ

Πρόβλημα 1

Το πρόβλημα όπως παρουσιάζεται στο βιβλίο:

Δ' τάξη, Βιβλίο Μαθητή, κεφ. 50, σελ. 125.

Εργασίες

1) Η γιαγιά της Στέλλας έβαλε το κρέας στο φούρνο στις 11:55 π.μ. Το κρέας χρειάζεται 1 ώρα και 50 λεπτά για να ψηθεί. Τι ώρα θα είναι έτοιμο;

- Υπολογίζω με το νου:



2) Η Στέλλα έφτιαξε κουλουράκια και τα έβαλε να ψηθούν στις 17:40. Ήταν έτοιμα στις 18:10. Πόση ώρα χρειάστηκαν τα κουλουράκια για να ψηθούν;

- Υπολογίζω με το νου:



Μπορώ να κάνω υπολογισμούς και με συμμιγείς αριθμούς.

- Ποια από τις πράξεις που ακολουθούν είναι λανθασμένη;

Ώρες	Λεπτά
11	55
+ 1	50
<hr/>	
12	105
13	05

Θα είναι έτοιμο στις 13:05.

Εξηγούμε :

.....

.....

.....

Ενδιάμεσο βήμα

Ώρες	Λεπτά
18	10
- 17	40
<hr/>	
0	30

Χρειάστηκαν 30 λεπτά.

Εξηγούμε :

.....

.....

.....

3)

Για να φτιάξω ένα βραστό αυγό όπως μου αρέσει, το βράζω 450 δευτερόλεπτα ακριβώς!

- Εκτιμώ:
Η Ηρώ βράζει το αυγό περισσότερο από 5 λεπτά
 λιγότερο από 5 λεπτά

- Υπολογίζω με ακρίβεια:

Συμπέρασμα

- Η 1 ώρα ισοδυναμεί με 60 λεπτά. ή
- Το 1 λεπτό είναι το $\frac{1}{60}$ της ώρας.
- Το 1 λεπτό ισοδυναμεί με 60 δευτερόλεπτα. ή
- Το 1 δευτερόλεπτο είναι το $\frac{1}{60}$ του λεπτού.

125



Άνοιγμα του προβλήματος που προτείνουμε:

Ο σύλλογος Γονέων και Κηδεμόνων ενός μεγάλου σχολείου στη Θεσσαλονίκη, αποφάσισε να κεράσει τους μαθητές ατομικά κεκάκια με γεύση λεμόνι στην τελική γιορτή του σχολείου. Η γιορτή θα γίνει το απόγευμα και ένα εργαστήριο ζαχαροπλαστικής ανέλαβε να ετοιμάσει την παραγγελία. Την προηγούμενη ημέρα οι άνθρωποι που εργάζονται στο

εργαστήριο διάβασαν τη συνταγή και έλεγξαν τα υλικά στην αποθήκη τους. Όμως τους έλειπαν τα αυγά που χρειάζονταν για τα κεκάκια κι έτσι έκαναν μία παραγγελία για φρέσκα αυγά σε μία φάρμα στις Σέρρες. Το φορτηγάκι ξεκίνησε το επόμενο πρωί με τα αυγά, όμως στη διαδρομή πήρε μια απότομη στροφή και έσπασαν όλα τα αυγά!

Σενάριο 1: Θα προλάβουν οι άνθρωποι του εργαστηρίου να ετοιμάσουν την παραγγελία μέχρι τις 5 το απόγευμα που θα γίνει η γιορτή;

Σενάριο 2: Κάποιοι γονείς από το Σύλλογο προσφέρθηκαν να συσκευάσουν τα κεκάκια. Θα προλάβουν οι άνθρωποι του εργαστηρίου να ετοιμάσουν την παραγγελία πριν το μεσημέρι;

1. Ταξινόμηση

α) Περιοχή του πραγματικού κόσμου

Το πρόβλημα ανήκει στην κοινωνική ζωή και εύκολα μπορεί να προσεγγιστεί από τους μαθητές, καθώς αφορά το σχολικό περιβάλλον (σχολική γιορτή, σύλλογος γονέων και κηδεμόνων), αλλά και την εξωσχολική κοινωνική ζωή (εργαστήριο ζαχαροπλαστικής, φάρμα, οδηγός φορτηγού, παραγγελία). Οι μαθητές μετά το πέρας της εργασίας αναμένεται να μπορούν με μεγαλύτερη ευκολία να εντοπίζουν τις μεταβλητές που επηρεάζουν την οργάνωση του χρόνου μέσα στην ημέρα, να εκτιμούν το χρόνο που χρειάζονται και να είναι σε θέση να οργανώνουν καλύτερα το δικό τους χρόνο.

β) Εφαρμογή με τις επίσημες προδιαγραφές του προγράμματος σπουδών

Το πρόβλημα συμβαδίζει με το Α.Π.Σ. γιατί έχει ως μαθηματικό στόχο τη διαχείριση (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό και διαίρεση) των μονάδων του χρόνου, καθώς και τη μετατροπή της μίας μονάδας χρόνου σε άλλη (συμμιγείς αριθμοί, π.χ. λεπτά σε ώρες).

γ) Άνοιγμα του έργου

Το έργο είναι αρκετά ανοιχτό καθώς δεν τους δίνει την ώρα που ξεκινάει το φορτηγό από τη φάρμα. Οι μαθητές μπορούν να κάνουν διάφορες υποθέσεις και με βάση αυτές να εκτιμήσουν ένα εύρος χρόνου που μπορεί η παραγγελία να φτάσει εγκαίρως. Επομένως το πρόβλημα έχει πολλές λύσεις.

δ) Σχετικότητα με τους μαθητές

Το πρόβλημα σχετίζεται με τους μαθητές καθώς το κέρασμα σε μία σχολική γιορτή είναι κάτι που όλοι τους περιμένουν. Επίσης, το “ατύχημα” του φορτηγού αντιμετωπίζεται ως αστείο και θέλουν να βρουν μία λύση για να ολοκληρωθεί η παραγγελία στην ώρα της.

ε) Μαθηματική περιοχή

Το πρόβλημα ανήκει στην περιοχή των μετρήσεων, και συγκεκριμένα της μέτρησης του χρόνου.

2. Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές

Το πρόβλημα δοκιμάστηκε σε μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά σε Τμήμα Ένταξης ενός σχολείου της επαρχίας. Αρχικά παρουσιάστηκε το πρόβλημα στην τάξη με τους μαθητές να δουλεύουν ιδανικά σε ομάδες των 3 ατόμων και με πρόσβαση σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Η αφήγηση του προβλήματος από τον εκπαιδευτικό φαίνεται να λειτουργεί καλύτερα στην κατανόηση του προβλήματος για τους μαθητές αυτούς. Επειδή οι μαθητές δεν είναι συνηθισμένοι σε μεγάλα και ανοιχτά προβλήματα, όταν τους δώσαμε το πρόβλημα γραπτό δεν ήξεραν πως να κινηθούν στη συνέχεια. Αντίθετα, στους μαθητές που το παρουσιάσαμε με αφήγηση -ακόμα και κατά τη διάρκεια της αφήγησης- έκαναν υποθέσεις για τον αριθμό των παιδιών του σχολείου, για το αν θα προλάβουν την παραγγελία κ.α.

Η αναγνώριση όλων των πιθανών μεταβλητών που χρειάζονται για να λυθεί το πρόβλημα, ενδεχομένως να είναι δύσκολη διαδικασία για του μαθητές που δεν είναι συνηθισμένοι να λύνουν τέτοια προβλήματα. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού ήταν καθοδηγητικός στην όλη διαδικασία, ενθαρρύνοντας τους μαθητές να σκεφτούν κι άλλες μεταβλητές, αλλά χωρίς να παρεμβαίνει στις απαντήσεις τους.

Οι μαθητές στην ομάδα, αρχικά κατέγραψαν κάποιες από τις υποθέσεις τους και προσπάθησαν να ζωγραφίσουν το πρόβλημα (π.χ. τη διαδρομή του φορτηγού). Αφού γνώρισαν το πρόβλημα, τους δόσαμε λίγο χρόνο να επεξεργαστούν τα στοιχεία που τους δίνονται και να εντοπίσουν κάποιες από τις μεταβλητές (π.χ. αριθμός από ατομικά κεκάκια που αποτελείται η παραγγελία). Στη συνέχεια, συζητήσαμε στην τάξη τις υποθέσεις που έγιναν και τις μεταβλητές που αναγνώρισαν. Σε αυτή τη φάση οι ομάδες διορθώνουν τις μεταβλητές που δεν σχετίζονται με το πρόβλημα, και όχι τα αριθμητικά στοιχεία που υπέθεσαν (π.χ. αριθμός μαθητών σχολείου). Η κάθε ομάδα έχει πρόσβαση σε ηλεκτρονικό υπολογιστή για να υπολογίσει άγνωστες μεταβλητές, όπως η απόσταση μεταξύ Θεσσαλονίκης και Σερρών (google maps) και ο χρόνος που θα χρειαστεί το φορτηγό για να φτάσει, μία συνταγή για ατομικά κεκάκια για να υπολογίσει τον αριθμό των αυγών (συμφέρει να ξαναπαραγγείλει αυγά από τη φάρμα;) και το χρόνο που χρειάζονται οι άνθρωποι του εργαστηρίου για να ετοιμάσουν τα κεκάκια.

Για το δεύτερο ερώτημα, οι μαθητές έφτιαξαν χάρτινες μπάλες που προσομοίαζαν τα κεκάκια και ένα κομμάτι σελοφάν και χρονομέτρησαν πόση ώρα χρειάζεται ο ένας για να τυλίξει 10 κεκάκια, και στη συνέχεια χρονομέτρησαν μαζί με την ομάδα, πόσο χρόνο χρειάζονται για να τυλίξουν μαζί από 10 κεκάκια ο καθένας. Στη συνέχεια πολλαπλασιάσαμε αυτό τον χρόνο και για τις δύο περιπτώσεις, μέχρι να φτάσουμε τον αριθμό με τα κεκάκια της παραγγελίας.

Αφού έλυσε το πρόβλημα η κάθε ομάδα ανακοίνωσε την απάντησή της στην τάξη και συζητήσαμε για τη λογικότητα των αποτελεσμάτων της.

Πιθανή λύση του προβλήματος:

Η λύση που προτείνεται βασίζεται στις λύσεις που δόθηκαν από τους μαθητές του Τμήματος Ένταξης. Οι μαθητές αρχικά υπολόγισαν τον αριθμό των μαθητών του σχολείου της Θεσσαλονίκης που αντιστοιχεί στον αριθμό των ατομικών κέικ που θα παραγγείλουν. Στη συνέχεια αναζήτησαν μία συνταγή για ατομικά κεκάκια στο διαδίκτυο και από εκεί άντλησαν τον αριθμό των αυγών που χρειάζονται για μία δόση της συνταγής (π.χ. 3 αυγά για 14 κεκάκια), το χρόνο προετοιμασίας της συνταγής, καθώς και το χρόνο ψησίματος. Οι μαθητές σε αυτή τη φάση χρησιμοποιούν μόνο τον αριθμό των αυγών και υπολογίζουν πόσα αυγά χρειάζονται για τα x ατομικά κεκάκια της παραγγελίας. Αυτός ο αριθμός αν είναι σχετικά μεγάλος (π.χ. 50 αυγά) οι μαθητές συνεχίζουν τη λύση του προβλήματος σύμφωνα με τα στοιχεία της εκφώνησης. Αν βρουν μικρότερο αριθμό αυγών μπορεί να σκεφτούν να τα παραγγείλουν από κάπου πιο κοντά και εδώ ακολουθούν την πορεία του προβλήματος αλλάζοντας όμως την τοποθεσία προέλευσης των αυγών (π.χ. αυγά από κάποιο γνωστό ή το σούπερ μάρκετ). Συνεχίζοντας (σύμφωνα με την εκδοχή του προβλήματος), οι μαθητές αναζήτησαν στο διαδίκτυο πόσο χρόνο θέλει το φορτηγό για να φτάσει από τη Σέρρες (εμείς κάναμε απλή αναζήτηση στο google, διαφορετικά μπορούν να το αναζητήσουν στο google maps). Υπολόγισαν το χρόνο που διένυσε το φορτηγό μέχρι το σημείο της στροφής που έγινε το ατύχημα (περίπου μισή ώρα), το χρόνο επιστροφής του φορτηγού πίσω στη φάρμα για την παραλαβή καινούργιων αυγών, και το χρόνο για να εκτελέσει τελικά το δρομολόγιο Σέρρες Θεσσαλονίκη (συνολικά περίπου 2 με 2,5 ώρες). Εδώ να αναφέρουμε πως οι μαθητές του Τμήματος Ένταξης έκαναν εκτιμήσεις και μετρήσεις για το χρόνο σε επίπεδα ώρας, μισάωρου, τέταρτου και δεκάλεπτου. Στη συνέχεια του προβλήματος, αφού παραλάβει το εργαστήριο τα αυγά, οι μαθητές υπολόγισαν το χρόνο προετοιμασίας της συνταγής (χρειάζεται να κάνουν π.χ. 10 φορές την προετοιμασία για να ετοιμάσουν 140 κεκάκια; ή επειδή είναι εργαστήριο έχει μεγαλύτερη σκεύη που μπορεί να επεξεργαστεί μεγαλύτερες δόσεις;). Υπολόγισαν και το χρόνο ψησίματος (χρειάζεται 10 φορές το χρόνο ψησίματος ή έχουν μεγαλύτερους φούρνους και μεγαλύτερα ταψιά;).

Για την απάντηση του πρώτου σεναρίου οι μαθητές ακολούθησαν την παραπάνω διαδικασία και υπολόγισαν το χρόνο της διαδρομής του φορτηγού και της ετοιμασίας των κέικ. Δεν δίνεται ώρα εκκίνησης του φορτηγού, επομένως οι μαθητές κάνουν και γι' αυτό υποθέσεις (αν και από τη δοκιμή του προβλήματος φάνηκε να τείνουν να λένε ότι ξεκινάει στις 8). Αν οι μαθητές σκεφτούν πως κάνουμε τη συνταγή με σκεύη και φούρνο όπως αυτόν που έχουμε στο σπίτι θα βρουν ότι θα χρειαστούν συνολικά 15 ώρες! Αν σκεφτούν πως ένα εργαστήριο έχει πιο μεγάλα σκεύη και φούρνους από το σπίτι, θα απαντήσουν πως προλαβαίνουν να ετοιμάσουν τη συνταγή.

Για την απάντηση του δεύτερου σεναρίου οι μαθητές μπορεί να σκεφτούν να αγοράσουν τελικά τα αυγά από κάπου πιο κοντά (π.χ. αυγά Νεοχωρούδας, σούπερ μάρκετ) και έτσι να κερδίσουν χρόνο. Επίσης, θα πρέπει να σκεφτούν ότι το εργαστήριο έχει

μεγαλύτερα σκεύη επεξεργασίας της ζύμης και μεγαλύτερα ταψιά και φούρνους. Και πάλι δε δίνεται η ώρα εκκίνησης του φορτηγού, αλλά και η ώρα παραλαβής. Οι μαθητές με βάση τις υποθέσεις τους μπορούν να απαντήσουν αν τελικά προλαβαίνουν να έχουν έτοιμη την παραγγελία ή όχι.

Σκοπός είναι οι μαθητές να σκεφτούν μόνοι τους τρόπους εξοικονόμησης χρόνου για την παράδοση της παραγγελίας χωρίς να τους υποδείξει ο εκπαιδευτικός τι να κάνουν (α-διδασκτική κατάσταση).

3. Αξιολόγηση

α) Διαμορφωτική αξιολόγηση:

Κατά τη διαμορφωτική αξιολόγηση ο εκπαιδευτικός ενημερώνεται για την πρόοδο των ομάδων σε κάθε στάδιο της λύσης του προβλήματος. Είναι καλό πριν από το πρόβλημα να ενημερώσει τους μαθητές για τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά ενός ανοιχτού προβλήματος για να τους ενθαρρύνει να σκεφτούν πιο δημιουργικά. Στην πρώτη φάση (διατύπωση αρχικών υποθέσεων) ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να δώσει αρκετό χρόνο στις ομάδες για να δουλέψουν. Στη συζήτηση που θα ακολουθήσει ο εκπαιδευτικός θα διατυπώσει τις κατάλληλες ερωτήσεις ώστε οι μαθητές να οδηγηθούν στην αυτοαξιολόγηση και στην αξιολόγηση των άλλων ομάδων ως προς τη λογικότητα των υποθέσεων και των παραμέτρων που σκέφτηκαν. Οι ομάδες θα δουλέψουν ξανά μόνες τους για την επίλυση του προβλήματος, ο εκπαιδευτικός θα ενημερώνεται για την πρόοδο των ομάδων, δίνοντάς τους την ανατροφοδότηση που χρειάζονται. Στην τελική συζήτηση που θα ακολουθήσει ο εκπαιδευτικός θα έχει και πάλι ρόλο συντονιστή καθώς οι ομάδες θα παρουσιάζουν τη λύση τους, ενώ οι υπόλοιπες θα πρέπει να επιχειρηματολογήσουν γιατί διαφωνούν (αν διαφωνούν). Τέλος, γίνεται μία αναστοχαστική συζήτηση σχετικά με τη διαδικασία επίλυσης ενός ανοιχτού προβλήματος.

β) Συγκριτική αξιολόγηση:

Για τη συγκριτική αξιολόγηση θα πρέπει να λάβουμε υπ' όψη μας τον κύκλο της μοντελοποίησης. Πρόκειται για ένα πρόβλημα του πραγματικού κόσμου αφού και οι ίδιοι οι μαθητές έχουν βρεθεί στην κουζίνα του σπιτιού τους για κάποια συνταγή, αλλά πολύ περισσότερο έχουν έρθει αντιμέτωποι με το χρόνο (προλαβαίνω να κάνω αυτό; θα προλάβω να πάω εκεί;). Στη συνέχεια οι μαθητές εντοπίζουν τις παραμέτρους, κάνουν υποθέσεις και οικοδομούν το μαθηματικό πρόβλημα. Πρέπει να βρουν τον αριθμό των αυγών που χρειάζονται, την ώρα που χρειάζεται το φορτηγό να φτάσει και την ώρα που χρειάζονται τα κεκάκια για να ετοιμαστούν κι έπειτα να οδηγηθούν στη μαθηματική λύση που είναι πρόσθεση συμμιγών αριθμών. Τέλος, ερμηνεύουν τη λύση στον πραγματικό κόσμο και τη συγκρίνουν με τις ώρες παράδοσης των δύο σεναρίων και ελέγχουν την εγκυρότητά της.

Για την αξιολόγηση του μοντέλου κάθε ομάδας προτείνεται μία ρουμπρίκα αξιολόγησης 5 σημείων. Κάθε σημείο βαθμολογείται ως ιδανικό (4 βαθμούς), ικανοποιητικό

(2 βαθμούς), και ελλιπές (0 βαθμούς). Παρακάτω παρουσιάζεται μία αναμενόμενη αξιολόγηση:

Οικοδομώντας το μοντέλο	Δουλεύοντας με ακρίβεια	Ερμηνεύοντας	Έλεγχος εγκυρότητας και αναστοχασμός	Παρουσίαση
2	4	2	2	2
Οι μαθητές μπορούν να εντοπίσουν τις απαραίτητες πληροφορίες και παραμέτρους ώστε να αναπτύξουν μία στρατηγική για τη λύση του προβλήματος.	Οι μαθητές χρησιμοποιούν με ακρίβεια τη μαθηματική γλώσσα και τα σύμβολα.	Οι μαθητές ερμηνεύουν τη δοθείσα κατάσταση σε ικανοποιητικό βαθμό, αλλά όχι με μεγάλη ακρίβεια.	Οι μαθητές κατανοούν την εγκυρότητα κάποιων πτυχών και περιορισμών του μοντέλου.	Οι μαθητές δημιουργούν μία ικανοποιητική παρουσίαση του πως εργάστηκαν που περιλαμβάνει τα πιο σημαντικά σημεία της δουλειάς τους.