

Βιοτεχνία ρούχων

ΣΕΛΑΛΜΑΖΙΔΟΥ Σ.-Ρ.

ΤΟΥΡΑ Β.

ΤΣΙΓΓΕΡΛΙΩΤΗ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Α΄ Μέρος (Επιλογή/ τροποποίηση /κατασκευή προβλήματος)

Πρωτότυπο πρόβλημα (Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου, Πρόβλημα- Εφαρμογή 2^η, σελ. 35) Μια βιοτεχνία ρούχων για να κατασκευάσει x πουκάμισα ζοδεύει ημερησίως 500€ για μισθούς υπαλλήλων, 10€ για τα υλικά που απαιτεί κάθε πουκάμισο (ύφασμα, κλωστές, ...) και $\frac{1}{10}x^2$ € για τα υπόλοιπα έξοδά της (μεταφορικά, ηλεκτρικό ρεύμα...). Πόσα ζοδεύει ημερησίως για την κατασκευή x πουκαμίσων; Ποια θα είναι τα έξοδα της βιοτεχνίας, αν κατασκευάσει 50 πουκάμισα;

2 Μια βιοτεχνία ρούχων για να κατασκευάσει x πουκάμισα ζοδεύει ημερησίως 500 € για μισθούς υπαλλήλων, 10 € για τα υλικά που απαιτεί κάθε πουκάμισο (ύφασμα, κλωστές, ...) και $\frac{1}{10}x^2$ € για τα υπόλοιπα έξοδά της (μεταφορικά, ηλεκτρικό ρεύμα ...). Πόσα ζοδεύει ημερησίως για την κατασκευή x πουκαμίσων; Ποια θα είναι τα έξοδα της βιοτεχνίας, αν κατασκευάσει 50 πουκάμισα;

Λύση

Τα έξοδα των υλικών για την κατασκευή ενός πουκαμίσου είναι 10 €, οπότε για τα x πουκάμισα τα έξοδα των υλικών θα είναι $10x$ €. Το συνολικό ποσό σε €, που ζοδεύει ημερησίως η βιοτεχνία είναι

$$P(x) = \frac{1}{10}x^2 + 10x + 500$$

Για την κατασκευή 50 πουκαμίσων τα έξοδα είναι:

$$P(50) = \frac{1}{10}50^2 + 10 \cdot 50 + 500 = \frac{1}{10}2500 + 500 + 500 = 1250 \text{ €}$$

Πρόβλημα μοντελοποίησης:

Υπολογίστε τα ελάχιστα έσοδα που πρέπει να έχει μια μικρή βιοτεχνία ρούχων, ώστε να είναι βιώσιμη ως επιχείρηση, αν γνωρίζετε ότι συνεργάζεται με μεγάλη αλυσίδα καταστημάτων, απασχολεί 10 υπαλλήλους και ότι η μονάδα παραγωγής καταλαμβάνει έκταση 400 τετραγωνικών μέτρων;

Σκέψεις για την επίλυση

Οι μαθητές για να μπορέσουν να λύσουν το πρόβλημα θα πρέπει να σκεφτούν κάποιες παραμέτρους. Θα πρέπει να αναλογιστούν πως για να είναι βιώσιμη μια επιχείρηση, θα πρέπει τα κέρδη της να είναι περισσότερα από τα έξοδά της. Έτσι, θα πρέπει να γίνει μια εκτίμηση για τα έσοδα και τα έξοδα που μπορεί να έχει. Μια πιθανή λίστα με τις παραμέτρους που οφείλουν να αξιοποιήσουν οι μαθητές είναι η παρακάτω:

Παράμετροι

1. Πάγια έξοδα (ενοίκιο, ηλεκτρικό ρεύμα, μισθοί υπαλλήλων,...)
2. Λειτουργικά έξοδα (υλικά, υφάσματα, μεταφορικά...)
3. Έσοδα (συμφωνία με συνεργαζόμενη αλυσίδα καταστημάτων)

Πιθανή λύση

Αρχικά, οι μαθητές εκτιμούν το ενοίκιο που μπορεί να πληρώνει μια επιχείρηση για επαγγελματική στέγη 400 τετραγωνικών μέτρων. Ψάχνοντας στο διαδίκτυο σε σελίδες μεσιτικών γραφείων, αποφασίζουν πως τα 1.500 € είναι μια λογική τιμή. Στη συνέχεια, υπολογίζουν το κόστος σε ηλεκτρικό ρεύμα, πρώτες ύλες, μεταφορικά και καταλήγουν πως σε σύνολο θα είναι κοντά στα 1.200 € το μήνα. Τέλος, βρίσκουν πως ο μέσος υπάλληλος βιοτεχνίας πληρώνεται με 650 € το μήνα, οπότε για τους 10 υπαλλήλους το ποσό ανέρχεται στα 6.500 € μηνιαίως. Έτσι, αθροίζοντας τα ποσά, εκτιμούν πως ο βιοτέχνης χρειάζεται 9.200 € το μήνα τουλάχιστον για να καλύψει τις πάγιες ανάγκες της επιχείρησής του.

Εν συνεχεία, οι μαθητές πρέπει να διερευνήσουν πόσα περίπου έσοδα έχει η επιχείρηση. Εδώ, οι μαθητές κατανοούν πως τα έσοδα της βιοτεχνίας δεν εξαρτώνται από την ημερήσια παραγωγή, καθώς η επιχείρηση έχει συνάψει συμφωνία με αλυσίδα καταστημάτων, αλλά από τις μηνιαίες απολαβές από τη διεύθυνση της τελευταίας. Εικάζουν πως για να είναι συμφέρουσα η συμφωνία, οι μηνιαίες απολαβές θα πρέπει να είναι μεγαλύτερες από 9.200 €, και για να έχει έσοδα (μισθό) και ο βιοτέχνης, οι απολαβές θα πρέπει να υπερβαίνουν τις 10.000 €.

Ταξινόμηση

1^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα είναι **καθημερινής ζωής**, καθώς σχετίζεται με την οικονομία της αγοράς. Οι μαθητές/τριες αναμένεται με το πέρας της

δραστηριότητας, να είναι σε θέση να μπορούν να αναλογίζονται παρόμοια διλήμματα της καθημερινής ζωής και να ανταπεξέρχονται σε αυτά με όσο το δυνατόν καλύτερο τρόπο.

2^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα συμβαδίζει με το Α.Π.Σ. γενικά, μια και «ένας από τους σημαντικότερους στόχους των αναλυτικών προγραμμάτων και της διδασκαλίας των Μαθηματικών σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, είναι να καταστήσει τους μαθητές ικανούς να λύνουν προβλήματα και να αξιοποιούν τα συμπεράσματά τους. Το πρόβλημα και η λύση του αποτελούν την πεμπτούσια των Μαθηματικών και της διδασκαλίας τους», όπως αναφέρεται στο βιβλίο εκπαιδευτικού (Αργυράκης, Δ. κ.ά., 2011).

3^η ταξινόμηση: Το έργο είναι αρκετά ανοιχτό καθώς δίνει την επιλογή στους μαθητές να επιλέξουν μία σειρά από χαρακτηριστικά- παραμέτρους που ενδεχομένως να επηρεάζουν το αποτέλεσμα, όπως και στην καθημερινή ζωή. Ο καθένας ανάλογα με τα βιώματά του και την αναζήτηση που κάνει στο διαδίκτυο, επιλέγει τις παραμέτρους που θεωρεί σημαντικότερες. Έτσι, ο καθένας οδηγείται σε διαφορετικές προσεγγίσεις του προβλήματος και γίνεται κατανοητό πως το πρόβλημα έχει αρκετές λύσεις.

4^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα σχετίζεται άμεσα ή έμμεσα με τους μαθητές, καθώς, δυνητικά, όλοι οι μαθητές μπορούν να παραλληλίσουν το πρόβλημα αυτό με προβλήματα που αντιμετωπίζουν οικεία τους πρόσωπα (είτε στην οικογένεια είτε στο ευρύτερο κοινωνικό τους περιβάλλον). Γι' αυτό το λόγο θα έχουν κίνητρα για να επιλύσουν το πρόβλημα.

5^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα είναι πρόβλημα Άλγεβρας. Εάν η διδασκαλία γίνει σε μαθητές/τριες Γ' τάξης Γυμνασίου, οι μαθητές/τριες θα χρειαστούν αρκετή βοήθεια, καθώς δεν έχουν εξασκηθεί σε προβλήματα μοντελοποίησης. Εάν το πρόβλημα δοθεί σε μαθητές/τριες Λυκείου, τότε θα υπάρξει πάλι καθοδήγηση- για τον ίδιο λόγο, αλλά μικρότερη λόγω της μεγαλύτερης ωριμότητας των παιδιών. Το πρόβλημα μπορεί να παρουσιαστεί με τη μορφή κειμένου και οι μαθητές/τριες να το λύσουν απλώς με τις γνώσεις που έχουν ή μπορεί να δοθεί σε φύλλο εργασίας για να δουλέψουν με τους υπολογιστές που θα έχουν πρόσβαση στο διαδίκτυο.

Β' Μέρος (Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές)

Στο πρόβλημα της βιωσιμότητας της επιχείρησης πρέπει πρώτα να αφήσουμε τους μαθητές μας να σκεφτούν πώς θα μπορούσε να λυθεί το πρόβλημα. Μια καλή πρακτική για το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι ο καταϊγισμός ιδεών, αρχικά σε επίπεδο ομάδων 2-3 μαθητών και εν συνεχεία σε επίπεδο τάξης. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι συμβουλευτικός- καθοδηγητικός και μη παρεμβατικός στις απαντήσεις των μαθητών. Ο καθηγητής αφήνει τους μαθητές να αυτενεργήσουν και να αυτοαξιολογήσουν τις απαντήσεις τους. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία, οι μαθητές μπορούν να επιλύσουν το πρόβλημα στην ομάδα τους. Στο τέλος, η κάθε ομάδα παρουσιάζει τη λύση της και η ολομέλεια της τάξης αξιολογεί τη διαδικασία και το αποτέλεσμα. Σε αυτό το σημείο ο εκπαιδευτικός μπορεί να αξιολογήσει την προσπάθεια των μαθητών και να συμπληρώσει κάποια στοιχεία που πιθανόν να παρέλειψαν οι μαθητές.

Γ' Μέρος (Διαμορφωτική και συγκριτική αξιολόγηση τις συμπεριφοράς των μαθητών)

Διαμορφωτική αξιολόγηση

Σε πρώτη φάση, ο εκπαιδευτικός είτε ορίζει τους στόχους μαζί με τους μαθητές είτε τους ανακοινώνει σε αυτούς ώστε να γνωρίζουν και να κατανοήσουν τι πρόκειται να μάθουν. Στο πρόβλημα της επιχείρησης έχουμε θέσει ως στόχους οι μαθητές:

- Να μπορούν να κάνουν συσχετίσεις και εκτιμήσεις, όταν κατασκευάζουν ένα μοντέλο.
- Να διαπιστώνουν την ευρύτητα των εφαρμογών που έχουν τα Μαθηματικά και γενικά να διευρύνουν με γνώσεις συμπληρωματικές το πεδίο των γνώσεών τους.
- Να εξασκηθούν στην αναζήτηση πληροφοριών.
- Να εκφράσουν την άποψή τους, να επιχειρηματολογήσουν και να συνεργαστούν ώστε να επιλύσουν ένα πρόβλημα.

Στη συνέχεια, ο ρόλος του εκπαιδευτικού μπορεί να γίνει καθοδηγητικός για τη διαμορφωτική αξιολόγηση, κάνοντας κάποιες ρωτήσεις στα παιδιά που είτε θα τους βοηθήσουν να κάνουν μία αρχή, εάν είναι πολύ αρχάριοι στη μοντελοποίηση, είτε θα

τους βοηθήσουν να ξεκαθαρίσουν ποια είναι τα σημαντικά στοιχεία που θα χρειαστεί να λάβουν υπόψη.

Για αρχή μπορεί να χρησιμοποιήσει ερωτήσεις του τύπου:

- «Ποιες είναι οι πληροφορίες που χρειάζεστε για την επίλυση του;» Οι μαθητές αναμένεται να απαντήσουν ότι χρειαζόμαστε περισσότερα δεδομένα ή εκτιμήσεις σχετικά με τα πάγια και τα λειτουργικά έξοδα μιας επιχείρησης.
- «Τι πιστεύετε να βρούμε ως αποτέλεσμα;» Αναμένεται να απαντήσουν ότι θα καταλήξουμε σε μία τιμή.
- «Πού θα βρείτε τιμές ενοικίων επαγγελματικών χώρων;» Αναμένεται να απαντήσουν ότι θα ψάξουν στο διαδίκτυο σε σελίδες μεσιτικών γραφείων ή απλώς στη μηχανή αναζήτησης της Google.

Όταν ολοκληρωθεί το πρόβλημα μπορούν να γίνουν ερωτήσεις για να αναστοχαστούν οι μαθητές την εμπειρία επίλυσης ενός ανοικτού προβλήματος. Οι επιπλέον αυτές ερωτήσεις θα δώσουν στους μαθητές σημαντικές προοπτικές που θα τους βοηθήσουν στο να κάνουν επιτυχείς μοντελοποιήσεις στο μέλλον. Κάποιες από αυτές τις ερωτήσεις είναι οι εξής:

- «Χρειάστηκε να αναθεωρήσετε το μοντέλο σας σε κάποιο σημείο κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας; Αν ναι, γιατί; Πώς διορθώσατε το μοντέλο σας;». Ίσως οι μαθητές επιλέξουν στοιχεία τα οποία δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα ή ακόμη και να παραλείψουν σημαντικούς παράγοντες που θα πρέπει οπωσδήποτε να ληφθούν υπόψη για την επιτυχή ολοκλήρωση του προβλήματος(πχ να μην λάβουν υπόψη τους μισθούς των υπαλλήλων).
- «Τι συμβουλή θα δίνετε σε έναν συμμαθητή σας ή ακόμη και στον εαυτό σας για την ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου;»
- «Θα αλλάζατε κάποια από τις στρατηγικές που χρησιμοποιήσατε; Εάν είχατε περισσότερο χρόνο τι θα κάνατε;»

Συγκριτική αξιολόγηση

Η συγκριτική αξιολόγηση μπορεί να ξεκινήσει προσδιορίζοντας τι κάνει μία λύση καλή ή όχι τόσο καλή. Μία καλή λύση θα είναι αυτή που λαμβάνει υπόψη της όσο το δυνατόν περισσότερες παραμέτρους και εμπεριέχει καλές εκτιμήσεις. Έτσι, ταξινομούμε τις λύσεις των ομάδων των μαθητών σε καλές και όχι τόσο καλές και

έπειτα κάνουμε μία λίστα με τα σημεία του προβλήματος που εμείς θεωρούμε σημαντικά και θέλουμε να τα αξιολογήσουμε. Σίγουρα θέλουμε να αξιολογήσουμε σε ποιο βαθμό κατανόησαν το πρόβλημα και να μπορούν να εξηγήσουν πώς δούλεψαν. Επίσης, αν ακολούθησαν μία έγκυρη μέθοδο κι έχουν καταστρώσει ένα σχέδιο επίλυσης (εικασίες, υποθέσεις, στρατηγικές), το οποίο είναι σε θέση να εκτελέσουν. Το τελευταίο βήμα είναι να αξιολογήσουμε εάν έχουν ελέγξει το αποτέλεσμα και αν έχουν χρησιμοποιήσει όλα τα δεδομένα που τους δόθηκαν.

Για να γίνει σωστά μία συγκριτική αξιολόγηση, θα πρέπει πάντα να έχουμε στο νου μας τον κύκλο της μοντελοποίησης. Πρόκειται για ένα πρόβλημα πραγματικού κόσμου, αφού οι περισσότεροι, αν όχι όλοι οι μαθητές μπορούν να παραλληλίσουν το πρόβλημα αυτό με προβλήματα που αντιμετωπίζουν οικεία τους πρόσωπα (είτε στην οικογένεια είτε στο ευρύτερο κοινωνικό τους περιβάλλον). Στη συνέχεια, οι μαθητές οικοδομούν το μαθηματικό πρόβλημα. Πρέπει να βρουν τιμές για τις παραμέτρους που έθεσαν, να κάνουν εκτιμήσεις, και έπειτα να οδηγηθούν στη μαθηματική λύση. Τέλος, ερμηνεύουν τη λύση στον πραγματικό κόσμο και ελέγχουν την εγκυρότητα του. Είναι λογικά τα νούμερα που βγήκαν; Είναι τα ποσά πραγματικά; Τι θα μπορούσατε να αλλάξετε ώστε να έχουμε καλύτερο αποτέλεσμα;

Πιθανή εξέλιξη σε περίπτωση που γίνει η επίλυση του προβλήματος στην τάξη.

Σύμφωνα με τον πίνακα αξιολόγησης που αναπτύσσει ποιοτικές περιγραφές για κάθε επικεφαλίδα-κλειδί και λαμβάνοντας υπόψη τα όσα γνωρίζουν οι μαθητές σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα, αναμένουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Οικοδομώντας το μοντέλο	Δουλεύοντας με ακρίβεια	Ερμηνεύοντας	Έλεγχος εγκυρότητας κι αναστοχασμός	Παρουσίαση
4	4	3	3	3
Οι μαθητές μπορούν να εντοπίσουν και να χρησιμοποιήσουν τις περισσότερες απαραίτητες πληροφορίες ώστε να	Οι μαθητές χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα και τα σύμβολα με ακρίβεια.	Οι μαθητές είναι ικανοί να ερμηνεύσουν την κατάσταση, όχι όμως στην ολότητά της.	Οι μαθητές έχουν επίγνωση της εγκυρότητας των περισσοτέρων, αλλά όχι όλων των πτυχών του μοντέλου τους.	Με μικρή βοήθεια και καθοδήγηση μπορούν να παρουσιάσουν ικανοποιητικά το πώς εργάστηκαν.

φτιάξουν στρατηγικές δράσης.				
------------------------------------	--	--	--	--