

Ανακαίνιση

ΓΙΟΥΡΣΗ ΙΩΑΝΝΑ (ΑΕΜ:596)

ΚΟΥΚΟΥΛΑΚΗ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟ (ΑΕΜ:568)

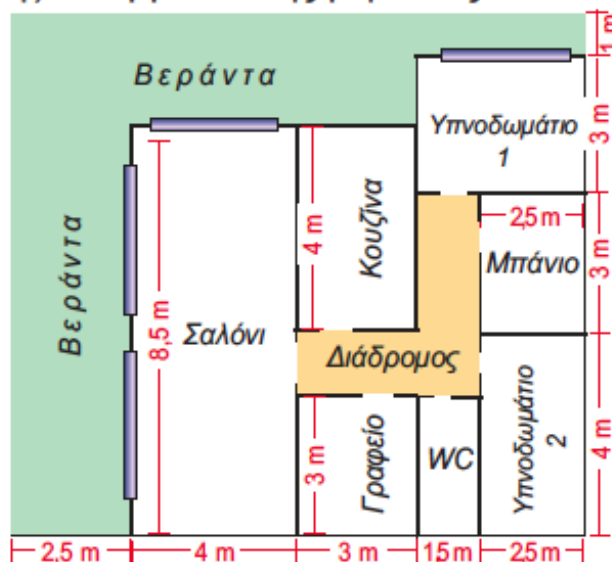
ΠΗΛΙΑΝΙΔΗ ΝΙΚΟΛΑΟ (ΑΕΜ: 584)

ΤΣΑΜΟΥΡΗ ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ (ΑΕΜ: 590)

Πρόβλημα

Το παρακάτω πρόβλημα/άσκηση προέρχεται από το σχολικό βιβλίο της Β΄ Γυμνασίου στη παράγραφο 1.3 της Γεωμετρίας «Εμβαδά επίπεδων σχημάτων» στη σελίδα 126 .

- 16** Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η κάτοψη ενός διαμερίσματος. Να βρείτε:
- Το εμβαδόν κάθε δωματίου.
 - Το εμβαδόν του γωνιακού διαδρόμου.
 - Το εμβαδόν της βεράντας.

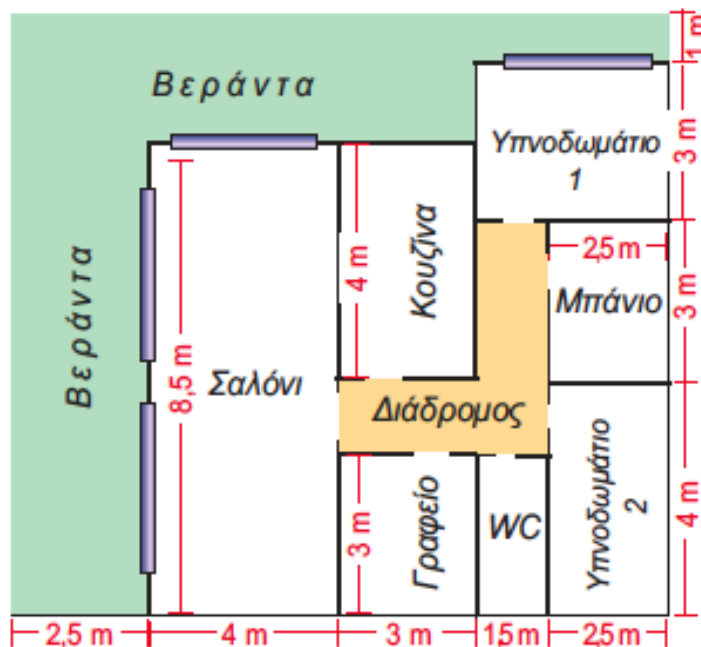


Τροποποιούμε την παραπάνω άσκηση ώστε να μετατραπεί σε πρόβλημα μοντελοποίησης.

Πρόβλημα Μοντελοποίησης

Ανακαίνιση

Ένα παλιό σπίτι αγοράστηκε από ένα νεαρό ζευγάρι που θα παντρευτεί σε λίγους μήνες. Το ζευγάρι αποφάσισε να ανακαινίσει το παλιό σπίτι γκρεμίζοντας όλους τους τοίχους και χτίζοντας νέους σύμφωνα με την σχέδιο (κάτοψη) του αρχιτέκτονα. Έχουν μια διχογνωμία ως προς τον αριθμό των τούβλων που θα χρειαστούν. Ο άντρας ισχυρίζεται ότι χρειάζονται 2500 τούβλα ενώ η γυναίκα 1500 τούβλα. Μπορείτε να βρείτε ποιος από τους δυο έχει δίκιο; Πόσα τούβλα θα χρειαστούν για να χτίσουν τους τοίχους αυτού του διαμερίσματος;



Το παραπάνω πρόβλημα μπορούμε να πούμε ότι προέρχεται από τον πραγματικό κόσμο. Είναι ένα αρκετά ανοικτό πρόβλημα που δεν δίνει όλες τις πληροφορίες για τη λύση του, και μάλιστα από τις υποθέσεις που θα κάνει κάποιος ως προς τα στοιχεία που λείπουν θα προκύψουν διαφορετικές προσεγγίσεις που θα οδηγήσουν σε διαφορετικές λύσεις. Οι μαθητές θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν γνώσεις γεωμετρίας και αριθμητικής.

Μέθοδος Διδασκαλίας

Η Δραστηριότητα, θα γίνει σε δυο διδακτικές ώρες. Θα ήταν καλό ο διδάσκων να έχει αναφέρει τον κύκλο της μοντελοποίησης σε προγενέστερο

μάθημα επισημαίνοντας τα στάδια του και τις συνεχείς μετατοπίσεις μπρος και πίσω που πρέπει να κάνει κάποιος κατά τη διάρκεια της επίλυσης του προβλήματος. Οι μαθητές πρέπει να κατανοήσουν ότι ο κύκλος της μοντελοποίησης δεν μπορεί να θεωρηθεί ως αλγόριθμος.

Επίσης ο εκπαιδευτικός πρέπει να κάνει ξεκάθαρο από την αρχή τον τρόπο παρουσίαση της λύσης από την ομάδα. Η παραγωγή αφίσας και η παρουσίαση της ομαδικής εργασίας είναι απαραίτητο στοιχείο. Να γίνει γνωστό στους μαθητές ότι η επιλογή του ατόμου/των ατόμων (εως δυο) για την παρουσίαση θα προκύψουν από κλήρωση μεταξύ των μελών της ομάδας λίγο πριν την παρουσίαση, ώστε κάθε μέλος της ομάδας να έχει συμμετάσχει ενεργά για να είναι γνώστης της λύσης που προτείνει η ομάδα. Πρέπει να σταθούν μπροστά στην τάξη και να μιλήσουν για τα αποτελέσματα και να υποστηρίξουν την λύση που έδωσαν, παρουσιάζοντας με λεπτομέρειες τον τρόπο σκέψης και τις επιλογές που έκαναν.

Αρχικά ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να εξασφαλίσει ότι οι μαθητές έχουν κατανοήσει το πρόβλημα και τυχόν απορίες στη διατύπωση του προβλήματος πρέπει να διασαφηνιστούν.

Στη συνέχεια οι μαθητές εργάζονται ατομικά για λίγο χρόνο και στη συνέχεια εργάζονται σε ομάδες συζητώντας τις ιδέες του, τις υποθέσεις τους με τους υπόλοιπους μαθητές της ομάδας. Οι ομάδες μπορούν να σχηματιστούν, τυχαία, χρησιμοποιώντας αλφαβητική σειρά ή κλήρωση, μπορούν να επιλέξουν οι ίδιοι οι μαθητές με ποιους θέλουν να συνεργαστούν, μπορεί να δημιουργηθούν ομάδες με μαθητές ίδιων δυνατοτήτων ή ομάδες με μαθητές διαφορετικών δυνατοτήτων. Η σύσταση των ομάδων και τρόπος δημιουργίας αυτών μπορεί να διαφέρει σε κάθε πρόβλημα/άσκηση. Η ομαδική εργασία είναι ένας κατάλληλος τρόπος εργασίας, καθώς πάντα υπάρχουν διαφορετικοί τρόποι να λυθούν τα έργα μοντελοποίησης, και δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να αναπτύξουν τις δεξιότητες τους.

Σε κάθε ομάδα γίνεται μια συζήτηση για τις υποθέσεις που έχουν σκεφτεί τα μέλη της, με τον εκπαιδευτικό να περιφέρεται σε όλες τις ομάδες για να βεβαιωθεί ότι προχωράνε ικανοποιητικά. Μια αρχική ομαδική αφίσα πρέπει να ετοιμαστεί από κάθε ομάδα στην οποία να αναγράφονται όλες οι υποθέσεις που έχουν καταλήξει για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος. Οι

αφίσες αυτές αναρτώνται σε κάποιο σημείο της τάξης. Κάθε ομάδα αφού διαβάσει τις αφίσες των άλλων ομάδων καλείται να τονίσει τα θετικά στοιχεία μιας αφίσας καθώς και αρνητικά στοιχεία προτείνοντας κατάλληλες βελτιώσεις (τα αυτοκόλλητα χαρτάκια κάθε ομάδας είναι διαφορετικού χρώματος ώστε οι παρατηρήσεις που κάνουν να χρησιμοποιηθούν στο τέλος στην αξιολόγηση). Έτσι γίνεται μια αρχική ανταλλαγή απόψεων μεταξύ των ομάδων με ταυτόχρονη ανατροφοδότηση, ώστε κάθε ομάδα να μπορεί να τροποποιήσει τις αρχικές υποθέσεις της (εάν το κρίνει αναγκαίο) λαμβάνοντας υπόψιν τις παρατηρήσεις των άλλων ομάδων. Αν ο εκπαιδευτικός έχει παρατηρήσει μια αδυναμία ως προς την ικανότητα εύρεσης υποθέσεων για την επίλυση του προβλήματος, μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές δίνοντας τους κάρτες που υπάρχουν στον πίνακα 1, ώστε να ενεργοποιήσει τους μαθητές να σκεφτούν παραμέτρους που ενδεχομένως δεν είχαν σκεφτεί πριν. Σ' αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί στους μαθητές ότι οι κάρτες είναι βοηθητικές και ότι δεν είναι αναγκαίο να χρησιμοποιηθούν. Πληροφορίες μπορούν να αναζητηθούν και από το διαδίκτυο εφόσον είναι εφικτό.







Στη συνέχεια οι μαθητές δουλεύουν με ακρίβεια και χρησιμοποιώντας κατάλληλες μαθηματικές μεθόδους προσπαθούν να δώσουν λύση στο πρόβλημα. Ερμηνεύουν και αξιολογούν το λύση του προβλήματος, και εξετάζουν αν πρέπει να προβούν στην αναθεώρηση/τροποποίηση κάποιων υποθέσεων, ξεκινώντας έτσι σε μια καινούργια λύση.

Τέλος παρουσιάζουν τη συνολική λύση (υποθέσεις, επεξεργασία ερμηνεία) σε μια τελική αφίσα που έχουν δημιουργήσει (ή με κάποιο άλλο τρόπο παρουσίαση που θα επιλέξουν), δίνοντας τις κατάλληλες επεξηγήσεις για τον τρόπο που σκέφτηκαν και τις επιλογές που έκανα κατά τη διάρκεια της εργασίας τους. Δέχονται ερωτήσεις από τις υπόλοιπες ομάδες και γίνεται μια συζήτηση με όλους τους μαθητές.

Θα πρέπει να γίνει κατανοητό από όλους ότι τα έργα μοντελοποίησης έχουν κανονικά διαφορετικές λύσεις, επειδή οι άνθρωποι εργάζονται με διαφορετικές υποθέσεις και συχνά διαφορετικές μεθόδους. Αυτό δε σημαίνει ότι κάθε λύση θα είναι και σωστή. Μερικές μπορεί να έχουν λάθη στους υπολογισμούς ή μπορεί να βασίζονται σε αβάσιμες υποθέσεις, που οδηγούν σε ανακριβείς λύσεις. Είναι χρήσιμο οι μαθητές να συγκρίνουν όλες τις λύσεις, να

συζητήσουν ποιες είναι οι κατάλληλες και ποιες έχουν λάθη. Τέλος θα πρέπει να αναρωτηθούν (ή και να ρωτήσουν) με ποιο τρόπο ένας επαγγελματίας χτίστης υπολογίζει πόσα τούβλα χρειάζεται για το χτίσιμο των τοίχων ενός διαμερίσματος. Στόχος είναι να βρουν ένα μοντέλο που να μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε άλλα αντίστοιχα προβλήματα π.χ υπολογισμού αριθμού τούβλων που χρειάζονται για το ένα τετραγωνικό μέτρο .

Πίνακας 1
(για πρόβλημα μοντελοποίησης 1)

<p align="center">Τούβλο</p>  <p align="center">6x9x19</p>	<p align="center">Περιοχή που βρίσκεται το διαμέρισμα</p>	<p align="center">Παράθυρα</p>
<p align="center">Όροφος διαμερίσματος</p>	<p align="center">Ύψος τοίχου</p>	<p align="center">Τούβλο</p>  <p align="center">9x9x19</p>
<p align="center">Κολώνες και τοιχία σκελετού οικοδομής (από μπετόν)</p>	<p align="center">Τούβλο</p>  <p align="center">6x12x19</p>	<p align="center">Θερμομονωτικά τούβλα (μεγαλύτερες διαστάσεις) για τους εξωτερικούς τοίχους, μικρότερα για εσωτερικούς τοίχους</p>
<p align="center">Πόρτες εσωτερικές & πόρτα εισόδου</p>	<p align="center">Τούβλο</p>  <p align="center">9x12x19</p>	<p align="center">Μπαλκονόπορτες</p>
<p align="center">Τσιμέντο μεταξύ τούβλων</p> 	<p align="center">Ποια πλευρά του τούβλου θα αποτελεί τη βάση του</p>	<p align="center">Τούβλο</p>  <p align="center">18x18x32</p>

Ενδεικτική προσέγγιση προβλήματος μοντελοποίησης 1

Αριθμός τούβλων που χρειάζονται για 1m² για τον εξωτερικό τοίχο

Τούβλο εξωτερικού τοίχου: 18x18x32 (πλάτος, ύψος, μήκος) σε cm
Λάσπη για το κτίσιμο : 5cm (υπολογίζουμε λάσπη κάτω από το τούβλο και αριστερά από αυτό , οπότε κάθε επόμενο τούβλο θα μπαίνει με την αντίστοιχη λάσπη)

Άρα συνολικές διαστάσεις τούβλου και λάσπης: 18x23x37 (πλάτος, ύψος, μήκος) σε cm

Εμβαδό πρόσοψης τούβλου (μαζί με τη λάσπη): 23x37= 851cm²

Αριθμός τούβλων που χρειάζονται για 1m² για τον εξωτερικό τοίχο:

1:0,0851≈11,75 τούβλα

Αριθμός τούβλων που χρειάζονται για 1m² για τον εσωτερικό τοίχο

Τούβλο εσωτερικού τοίχου: 9x12x19 (πλάτος, ύψος, μήκος) σε cm
Λάσπη για το κτίσιμο : 5cm (υπολογίζουμε λάσπη κάτω από το τούβλο και αριστερά από αυτό , οπότε κάθε επόμενο τούβλο θα μπαίνει με την αντίστοιχη λάσπη)

Άρα συνολικές διαστάσεις τούβλου και λάσπης: 9x17x24 (πλάτος, ύψος, μήκος) σε cm

Εμβαδό πρόσοψης τούβλου (μαζί με τη λάσπη): 17x24= 408cm²

Αριθμός τούβλων που χρειάζονται για 1m² για τον εξωτερικό τοίχο:

1:0,0408≈24,5 τούβλα

Εμβαδό εξωτερικού τοίχου:

Εξωτερικός τοίχος τρέχον μέτρο (με μπαλκονόπορτες και παράθυρα και τοιχία από μπετόν): 2,5+1,5+3+4+8,5+4+3+1,5+4+3+3+4=42m

Τοιχία από μπετόν (2 μέτρα για κάθε γωνία 1m από κάθε πλευρά, 1m σε κάθε μεσοτοιχία δωματίων) : 2+2+2+2+2+2+1+1+1+1+1+1=18μ

Ύψος τοίχου: 2,7m

Εμβαδό εξωτερικού τοίχου (με μπαλκονόπορτες και παράθυρα):

(42-18)x2,7=24x2,7=64,8m²

Μπαλκονόπορτες: 2 στο σαλόνι (3m μήκος και 2,1m ύψος)

1 στο σαλόνι (2m μήκος και 2,1m ύψος)

1 στο υπνοδωμάτιο (1,5m μήκος και 2,1m ύψος)

Αντίστοιχα Εμβαδά : 2x(3x2,1)=12,6m²

2x2,1=4,2m²

1,5x2,1= 3,15m²

Συνολικό εμβαδό για μπαλκονόπορτες : 12,6+4,2+3,15=19,95m²

Παράθυρα : 3 παράθυρα από ένα στο γραφείο, στην κουζίνα, και στο υπνοδωμάτιο 2 (1,2m μήκος, 1,3m ύψος)
2 παράθυρα από ένα στο μπάνιο και στο WC (0,7m μήκος, 0,7m ύψος)

Αντίστοιχα Εμβαδά : $3 \times (1,2 \times 1,3) = 4,68 \text{m}^2$
 $2 \times (0,7 \times 0,7) = 0,98 \text{m}^2$

Συνολικό εμβαδό για παράθυρα : $4,68 + 0,98 = 5,66 \text{m}^2$

Πόρτα εισόδου: 1m μήκος και 2,1m ύψος
Εμβαδό πόρτας εισόδου: $2,1 \text{m}^2$

Εμβαδό εξωτερικού τοίχου= Εμβαδό εξωτερικού τοίχου (με μπαλκονόπορτες και παράθυρα)- Εμβαδό για μπαλκονόπορτες - Εμβαδό για παράθυρα- εμβαδό πόρτας εισόδου = $64,8 - 19,95 - 5,66 - 2,1 = 37,09 \text{m}^2$

Αριθμός τούβλων εξωτερικού τοίχου

(Εμβαδό εξωτερικού τοίχου σε m^2) x (Αριθμός τούβλων που χρειάζονται για 1m^2 για τον εξωτερικό τοίχο) = $37,09 \times 11,75 \approx 436$ τούβλα

Εμβαδό εσωτερικού τοίχου:

Εσωτερικός τοίχος τρέχον μέτρο (με πόρτες):

$4 + 2,5 + 3 + 1,5 + 3 + 8,5 + 3 + 4 + 4 + 3 = 36,5 \text{m}$

Ύψος τοίχου: 2,7m

Εμβαδό εσωτερικού τοίχου (με πόρτες):

$36,5 \times 2,7 = 98,55 \text{m}^2$

Εσωτερικές πόρτες: 8 πόρτες (2 στην κουζίνα, και από μια στον διάδρομο, γραφείο ,WC, υπνοδωμάτιο 2, μπάνιο, υπνοδωμάτιο 1) με 0,9m πλάτος και 2,1m ύψος)

Συνολικό εμβαδό εσωτερικών πορτών: $8 \times (0,9 \times 2,1) = 8 \times 1,89 = 15,12 \text{m}^2$

Δοκάρια από μπετόν τρέχον μέτρο: $8,5 + 8,5 + 4 = 21 \text{m}$

Ύψος δοκαριού: 0,40m

Συνολικό εμβαδό δοκαριών: $21 \times 0,4 = 8,4 \text{m}^2$

Εμβαδό εσωτερικού τοίχου= Εμβαδό εσωτερικού τοίχου (πόρτες)- Εμβαδό για εσωτερικές πόρτες - Εμβαδό δοκαριών = $98,55 - 15,12 - 8,4 = 75,03 \text{m}^2$

Αριθμός τούβλων εσωτερικού τοίχου

(Εμβαδό εσωτερικού τοίχου σε m^2) x (Αριθμός τούβλων που χρειάζονται για 1m^2 για τον εσωτερικό τοίχο) = $75,03 \times 24,5 \approx 1839$ τούβλα

Συνολικός αριθμός τούβλων για το σπίτι

Αριθμός τούβλων εξωτερικού τοίχου + Αριθμός τούβλων εσωτερικού τοίχου = $436 + 1839 = 2275$ τούβλα

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Commons, W. (2009). *Βιβλιάριο Μοντελοποίησης*.

Ανδρεαδάκης, Σ., Κατσαργύρης, Β., Μέτης, Σ., Μπρουχούτας, Κ., Παπασταυρίδης, Σ., Πολύζος, Γ. (2012). *Μαθηματικά Γ τάξης Γενικού Λυκείου. Θετική και Τεχνολογική Κατεύθυνση*. Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
<http://doi.org/0220181012012>

Βλάμος, Π., Δρούτσος, Π., Πρέσβης, Γ., Ρεκούμης, Κ. (2013). *Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου*. Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων: Διόφαντος.

Κλαουδάτος, Ν. (1992). *Η Μοντελοποίηση στη Διδακτική Πράξη*. Αθήνα: Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Λεμονίδης, Χ. Νικολαντωνάκης, Κ., Μ. Ε. (2011). *Η Λύση Προβλημάτων Μοντελοποίησης σε Μαθητές ΣΤ΄ Δημοτικού κα σε Μελλοντικούς Δασκάλους: Μια Μελέτη Περίπτωσης*. In Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας (Ed.), *28ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας*.