

Αγορά αυτοκινήτου

Καλέσης Βασίλειος 0698

Ουζουνίδου Κατερίνα 0707

Τσομπάνη Ευαγγελία

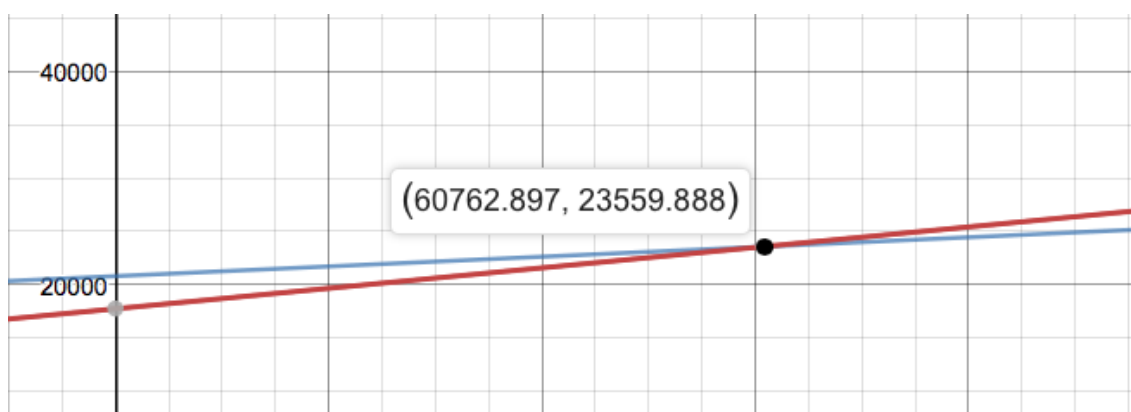
1. Πρόβλημα

Ο Βασίλης είναι υποψήφιος αγοραστής αυτοκινήτου. Θέλει να προβεί στην αγορά μιας Alfa Romeo Giulietta Distinctive, αλλά δεν έχει αποφασίσει αν θα επιλέξει κινητήρα πετρελαίου (1.6 JTDM-2, 120hp) ή κινητήρα βενζίνης (1.4 Multiair, 120hp). Είναι γνωστό ότι ο Βασίλης διανύει κατά μέσο όρο 30.000χλμ το χρόνο.

- 1] Τον συμφέρει η αγορά του μοντέλου με τον ακριβότερο πετρελαιοκινητήρα;
- 2] Θα κάνει απόσβεση της διαφοράς στην τιμή; Αν ναι, σε τι χρονικό διάστημα;
- 3] Τι θα συνέβαινε αν έκανε λιγότερα χιλιόμετρα το χρόνο;
- 4] Τι θα συνέβαινε αν έκανε περισσότερα χιλιόμετρα το χρόνο;

Ενδεικτική Λύση:

Χαρακτηριστικά	Alfa Romeo Giulietta Distinctive 1.6 JTDM-2, 120hp	Alfa Romeo Giulietta Distinctive 1.4 Multiair, 120hp
τιμή με ΦΠΑ	20.700 ευρώ	17.450 ευρώ
κόστος τελών κυκλοφορίας	89,1 ευρώ	276,65 ευρώ
κόστος χλμ	0.0456 ευρώ	0.096 ευρώ
τελική εξίσωση κόστους	$y=0.096x+276.65+17450$	$y=0.0456x+89.1+20700$



Τον συμφέρει η αγορά του πετρελαιοκινητήρα μακροπρόθεσμα. Δηλαδή θα κάνει απόσβεση μετά τον δεύτερο χρόνο.

Ανάλυση:

1^η ταξινόμηση: περιοχή του πραγματικού κόσμου

Το παραπάνω πρόβλημα κατατάσσεται στα οικονομικά προβλήματα της πραγματικής ζωής και απευθύνεται σε μαθητές δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Δύναται να επιλυθεί με χρήση αριθμητικής αλλά και εξισώσεων, τις οποίες οι μαθητές συναντούν στη Β τάξη του Γυμνασίου και συγκεκριμένα στο κεφάλαιο 3.4 (Βλάμος et al., σ. 72). Τα περισσότερα παιδιά έχουν γνώσεις πάνω στο αυτοκίνητο, μιας και ασχολούνται - ενημερώνονται για θέματα σχετικά με αυτό αλλά και η χρήση του είναι ευρέως διαδεδομένη στη σύγχρονη εποχή. Ενδεχόμενες δυσκολίες μπορεί να προκύψουν στην εύρεση των χαρακτηριστικών του αυτοκινήτου (π.χ. εκπομπές ρύπων, κόστος τελών κυκλοφορίας, τρέχουσα λιανική τιμή) αλλά μπορούν εύκολα να ξεπεραστούν με μια αναζήτηση στη δημοφιλέστερη πηγή πληροφοριών των παιδιών, το διαδίκτυο ή prospects του αυτοκινήτου.

2^η ταξινόμηση: εφαρμογή στις επίσημες προδιαγραφές του ΠΣ.

Οι στόχοι που τίθενται προς επίτευξη στην εν λόγω ενότητα, σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. (2003), είναι: *η διάκριση των δεδομένων από τα ζητούμενα του προβλήματος, η εισαγωγή του αγνώστου, η κατάστρωση τις εξίσωσης, η επίλυση, ο έλεγχος του αποτελέσματος και η καταγραφή της απάντησης.* Ουσιαστικά μέσα από αυτή την ενότητα επιχειρείται η επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων και όχι αριθμητικής. Επίσης, ως κατάλληλες δραστηριότητες προτείνονται αυτές που αναδεικνύουν την υπεροχή, ως προς τη λειτουργικότητα, της μεθόδου επίλυσης προβλημάτων με εξισώσεις, έναντι της πρακτικής αριθμητικής. Μια τέτοια δραστηριότητα θα μπορούσε να είναι και η παραπάνω, καθότι είναι πλήρως εναρμονισμένη με το σχολικό εγχειρίδιο, τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος και το μαθηματικό περιεχόμενο της συγκεκριμένης μαθηματικής ενότητας.

3^η ταξινόμηση: άνοιγμα του προβλήματος

Το παραπάνω πρόβλημα ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των "decision making" προβλημάτων και ενθαρρύνει τις δεξιότητες παραγωγής υποθέσεων. Τα στοιχεία και οι πληροφορίες που δίνονται είναι επαρκείς μόνο για να ξεκινήσουν οι μαθητές τις εικασίες και να καταστρώσουν ένα πλάνο

επίλυσης και όχι για να το επιλύσουν. Για την επίλυση χρειάζονται περισσότερες πληροφορίες, τις οποίες οι μαθητές θα αναζητήσουν σε περιοδικά αυτοκινήτων ή το διαδίκτυο. Επίσης, το πρόβλημα μπορεί να προσεγγιστεί αριθμητικά αλλά και με τη χρήση γραμμικών εξισώσεων. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω είναι δόκιμο να ισχυριστούμε ότι το πρόβλημα είναι ανοιχτό.

4^η ταξινόμηση: σχετικότητα με τους μαθητές

Το πρόβλημα είναι άκρως ρεαλιστικό και βασίζεται σε κατάσταση και πληροφορίες του πραγματικού κόσμου. Δεν αφορά, όμως, άμεσα τους μαθητές, μιας και δεν είναι σε θέση να αγοράσουν αυτοκίνητο, παρόλα αυτά θα αντιμετωπίσουν αυτό το πρόβλημα στη μετέπειτα ζωή τους ή στο οικογενειακό τους περιβάλλον.

5^η ταξινόμηση: μαθηματική περιοχή

Το γεγονός ότι το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με τη χρήση απλής αριθμητικής αλλά και τη χρήση γραμμικών εξισώσεων το εντάσσει στην ευρύτερη περιοχή της Άλγεβρας. Το επίπεδο δυσκολίας του προβλήματος μπορεί να χαρακτηριστεί ως χαμηλό και δεν απαιτείται ιδιαίτερα μεγάλη εμπειρία ώστε να μοντελοποιηθεί και να λυθεί. Η μεγαλύτερη δυσκολία του είναι η δημιουργία των εξισώσεων, μιας και η διαδικασία επίλυσής τους μπορεί να γίνει με τη χρήση προγράμματος δυναμικής γεωμετρίας. Επίσης, η διαδικασία της εύρεσης επιπλέον πληροφοριών είναι εύκολη, καθώς το διαδίκτυο βρίθει τέτοιων πληροφοριών. Τέλος, μέσα από αυτό το πραγματικό πρόβλημα, οι μαθητές μπορούν να καταλάβουν τη χρησιμότητα και την εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών στην καθημερινότητα.

Μέθοδος διδασκαλίας

Το προτεινόμενο πρόβλημα μπορούν να διαπραγματευτούν μαθητές της Β Γυμνασίου, κατόπιν της διδασκαλίας των εξισώσεων α' βαθμού και πριν τη διδασκαλία του κεφαλαίου "επίλυση προβλημάτων με χρήση εξισώσεων". Ο λόγος που προτιμάται αυτή η σειρά είναι διότι τα παιδιά θα έχουν λάβει τη θεωρητική γνώση ώστε να μπορούν να επιλύουν πρωτοβάθμιες εξισώσεις και στη συνέχεια θα την εφαρμόσουν σε ένα πρόβλημα που ουσιαστικά θα έχουν "χτίσει" τα ίδια. Εφόσον πάρουν το "βάπτισμα" των ανοιχτών προβλημάτων, τα κλειστά προβλήματα του επόμενου κεφαλαίου θα φαίνονται βατά και ευκολονόητα. Το θετικό με τα ανοιχτά προβλήματα είναι ότι οι μαθητές μπαίνουν στη θέση του συγγραφέα του προβλήματος, (αφού πολλές φορές χρειάζεται να συμπληρώσουν δεδομένα ή να κάνουν εικασίες) με αποτέλεσμα να το αφομοιώσουν πλήρως τα δεδομένα και τα ζητούμενα, πράγμα που τους βοηθά στην περαίωση του επόμενου και σημαντικού βήματος, που είναι η κατάστρωση στρατηγικής επίλυσης. Ο απαιτούμενος χρόνος διδασκαλίας δεν ξεπερνά την 1 σχολική ώρα.

Αρχικά, η σχολική τάξη μοιράζεται σε ομάδες των 5 ατόμων, διανέμεται το πρόβλημα και φυλλάδια με τα χαρακτηριστικά του αυτοκινήτου σε κάθε μία από αυτές και τους ζητείται να αφιερώσουν χρόνο για να το μελετήσουν. Στη συνέχεια ακολουθεί συζήτηση περί της αυθεντικότητας του προβλήματος, της σχέσης του με την πραγματικότητα και της επιλυσιμότητάς του.

Σε δεύτερη φάση και αφού καταλήξουμε στο γεγονός ότι το πρόβλημα είναι επιλύσιμο, δίνεται χρόνο στις ομάδες ώστε να καταστρώσουν τη στρατηγική επίλυσής του. Ακολουθεί ξανά συζήτηση πάνω στις στρατηγικές που προτείνει κάθε ομάδα. Αναμένονται στρατηγικές με χρήση αριθμητικής και άλλες με χρήση γραμμικών εξισώσεων.

Σε τρίτη φάση δίνουμε πρόσβαση στις ομάδες στο διαδίκτυο (συσκευές κινητής τηλεφωνίας, τάμπλετ, φορητοί υπολογιστές) ώστε συνδυασμό με το prospect που τους μοιράστηκε να αντλήσουν πληροφορίες που θα συμπληρώσουν την εκκώνηση του προβλήματος και τους αφήνουμε να το επιλύσουν. Κατά τη διάρκεια της επίλυσης ο καθηγητής καθοδηγεί τους μαθητές με ερωτήσεις όπου αυτό χρειαστεί.

Στην τέταρτη φάση ζητάμε από κάθε ομάδα να παρουσιάσει τη λύση που εκπόνησε και ακολουθεί συζήτηση πάνω σε κάθε λύση. Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να γίνει σύγκριση ως προς την αποδοτικότητα των λύσεων που έκαναν χρήση γραμμικών εξισώσεων έναντι αριθμητικής, ώστε να επιτευχθεί και ο στόχος του προγράμματος σπουδών. Επίσης, για την τελική επίλυση προτείνεται εκ νέου η χρήση φορητών υπολογιστών, με τη βοήθεια των οποίων θα γίνει η τελική απεικόνιση των αποτελεσμάτων και η εξαγωγή του συμπεράσματος.

Αξιολόγηση:

Ένα από τα κυριότερα σημεία του πλαισίου της μοντελοποίησης είναι η αξιολόγηση. Τόσο η διαμορφωτική, όσο και η συγκριτική μπορούν να χρησιμοποιηθούν με στόχο την ποιοτικότερη και αποδοτικότερη διδασκαλία. Η ανατροφοδότηση και ο αναστοχασμός της διδασκαλίας είναι τα εργαλεία του εκπαιδευτικού κατά τις διαδικασίες αυτές. Συγκεκριμένα:

Διαμορφωτική αξιολόγηση:

Η διαμορφωτική αξιολόγηση είναι η αξιολόγηση που ενημερώνει τον εκπαιδευτικό για την πρόοδο που κάνουν οι μαθητές καθώς εργάζονται στο πρόβλημα και χρησιμοποιείται με σκοπό τη βελτίωση τους.

Αυτή συντελείται τόσο κατά τη διάρκεια των συζητήσεων που ενορχηστρώνει ο καθηγητής όσο και κατά τη διάρκεια των συσκέψεων των μαθητών, που σκοπό έχουν να τους δώσουν χρόνο να σκεφτούν.

Συγκεκριμένα, στην πρώτη φάση της διδασκαλίας, η αξιολόγηση συντελείται μέσα από τη συζήτηση που διεξάγεται στην τάξη περί αυθεντικότητας και επιλυσιμότητας του προβλήματος. Κατά τη διάρκεια αυτής ο καθηγητής θέτει ερωτήματα όπως: *"Είναι αυθεντικό το πρόβλημα; Είναι πραγματικό; Μπορείς να το εξηγήσεις αυτό;"* ώστε να διαπιστώσει τι κατάλαβαν οι μαθητές. Στη δεύτερη φάση, όπου οι μαθητές θα πουν τις ιδέες τους σχετικά με τον τρόπο επίλυσης του προβλήματος, ο καθηγητής τους ανατροφοδοτεί επιβεβαιώνοντας τα λεγόμενά τους και ενθαρρύνοντάς τους να προχωρήσουν. Τέλος, κατά τη διάρκεια της τέταρτης φάσης, όπου οι μαθητές θα παρουσιάζουν τις απαντήσεις τους μπορούν να τεθούν ερωτήματα αυτοαξιολόγησης μεταξύ των ομάδων, του τύπου: *"Η ομάδα που έλυσε αριθμητικά ή η ομάδα που έλυσε με τη χρήση εξισώσεων"*

το πρόβλημα ήταν πιο αποδοτική;"; "τι πιστεύετε για τον τρόπο επίλυσης της πρώτης ομάδας;";
 "Ποιός τρόπος σας φάνηκε πιο εύκολος;"

Συγκριτική αξιολόγηση:

Η συγκριτική αξιολόγηση είναι η διαδικασία κατά την οποία ο εκπαιδευτικός αξιολογεί την ικανότητα μοντελοποίησης αλλά και γενικότερα τα αποτελέσματα των μαθητών.

Κατά τη διάρκεια αυτής ο καθηγητής θα συλλέξει τις γραπτές σημειώσεις των ομάδων και θα βγάλει συμπεράσματα σχετικά με το αν οι μαθητές: *κατανόησαν το πρόβλημα, ήταν σαφείς στην εξήγηση που έδωσαν, βρήκαν επαρκείς και σωστές πληροφορίες, διερεύνησαν όλες τις περιπτώσεις και έλαβαν υπόψη όλες τις παραμέτρους, επέλεξαν κατάλληλο μαθηματικό πλαίσιο, χρησιμοποίησαν παραπάνω από μια μεθόδους και φυσικά αν κατέληξαν απάντηση που έχει νόημα.*

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα ένας πίνακας που θα βοηθούσε στην τελική αξιολόγηση θα μπορούσε να είναι ο παρακάτω:

Κριτήρια	Κατανόηση προβλήματος	Βρήκαν επαρκείς - σωστές πληροφορίες	Έλαβαν υπόψη όλες τις παραμέτρους	Επέλεξαν κατάλληλο μαθηματικό πλαίσιο	Χρησιμοποίησαν παραπάνω από μια μεθόδους	Περάτωση ερωτημάτων
Ομάδα 1	Κατανόησαν απόλυτα το πρόβλημα	Βρήκαν σωστές και επαρκείς π	τέλη κυκλοφορίας, τιμή, κόστος καυσίμων	γραμμικές εξισώσεις	μια μέθοδος	4/4
Ομάδα 2	κατανόησαν εν μέρει το πρόβλημα	σωστές αλλά όχι επαρκείς	τέλη κυκλοφορίας, σέρβις, τιμή	απλή αριθμητική	μια μέθοδος	2/4
... ΚΟΚ
Βαθμ/ηση	.../10	.../10	.../20	.../10	.../10	.../40